CENTRO UNIVERSITÁRIO LA SALLE

EVANDRO CARDOSO SANT'ANA

GEOMETRIA SEGUNDO MODELO DE VAN HIELE: UMA ANÁLISE DO NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO DOS ALUNOS AO FINAL DO ENSINO FUNDAMENTAL

CANOAS, 2009

EVANDRO CARDOSO SANT'ANA

GEOMETRIA SEGUNDO MODELO DE VAN HIELE: UMA ANÁLISE DO NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO DOS ALUNOS AO FINAL DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de conclusão de curso apresentado a banca examinadora do curso de Licenciatura em Matemática no Centro Universitário La Salle, como exigência parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática, sob orientação da Prof[a]. Ms. Rute Henrique da Silva Ferreira.

CANOAS, 2009

TERMO DE APROVAÇÃO

EVANDRO CARDOSO SANT'ANA

GEOMETRIA SEGUNDO MODELO DE VAN HIELE: UMA ANÁLISE DO NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO DOS ALUNOS AO FINAL DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de conclusão aprovado como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado do curso de Matemática do Centro Universitário La Salle – Unilasalle, pela avaliadora:

Prof[a]. Ms. Rute Henrique da Silva Ferreira
Unilasalle

Canoas, 07 de julho de 2009

Dedico este trabalho as três pessoas mais especiais em minha vida.
Aos meus queridos pais, ***Vanildo dos Santos Sant'Ana*** *e* ***Amabel Cardoso Sant'Ana****.*
À minha querida irmã, ***Gabriela Cardoso Sant'Ana.***

*Agradeço ao meu pai, **Vanildo dos Santos Sant’Ana**, por ter acreditado em mim e não ter medido esforços para que eu alcançasse essa conquista.*

Agradeço todos os professores que contribuíram muito para o crescimento do meu conhecimento.

Agradeço a todos os colegas que caminharam comigo nessa jornada, e principalmente, por nós sermos tão unidos em momentos de dificuldades.

*Em especial, deixo aqui meus agradecimentos à minha querida e incansável orientadora, **Profª. Rute Henrique da Silva Ferreira**, que com toda sua tranquilidade e grande sabedoria soube me auxilar de maneira eficaz, estando sempre presente nos momentos em que precisei.*

RESUMO

O ensino da Geometria tem adquirido, nos últimos anos, importância maior no cenário das reformas educacionais do país, tem sido proposto como fator fundamental para o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas nos níveis de ensino Fundamental e Médio. O objetivo desse trabalho, a partir de um estudo de caso, é analisar e detectar o nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do Ensino Fundamental, utilizando como ferramenta, o teste de Van Hiele. Com os resultados obtidos será possível detectar se a geometria está sendo trabalhada de forma adequada nas escolas ou não.

Palavras-chave: Geometria, Níveis de van Hiele, Ensino Fundamental, Teste de van Hiele.

RESUMEN

La educación de la geometría ha adquirido, en los últimos años, una importancia más grande en la escena de las reformas educativas del país, se ha considerado como factor básico para el desarrollo de habilidades y de capacidades matemáticas en los niveles del primário y liceo. El objetivo de este trabajo, desde de un estudio de caso, es analizar y detectar el nível de pensamiento geométrico de los alumnos al final de la educación primária, usando como herramienta la prueba de Van Hiele. Con los resultados conseguidos, sabremos si la geometría es o no utilizada de la forma adecuada en las escuelas.

Palabra-llave: Geometría, Niveles de van Hiele, Primário, Prueba de van Hiele.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS E FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Em 1998, a Secretaria do Ensino Fundamental do Ministério da Educação, por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) publicou os eixos norteadores dos conteúdos a serem trabalhados em todo território nacional, no Ensino Fundamental. Sobre Matemática, nos PCN, a geometria é apresentada como fator importante no currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

> O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998, p.51).

A geometria está presente no dia-a-dia nas embalagens de produtos, na planta de terrenos, na arquitetura de casas e edifícios, no artesanato e tecelagem, nos campos de futebol e quadras de esporte, nas coreografias de dança e até mesmo na grafia das letras. Em inúmeras ocasiões, precisamos observar o espaço tridimensional como, por exemplo, na localização e na trajetória de objetos e na melhor ocupação de espaços. Mesmo assim, apesar de toda sua importância, diversos pesquisadores brasileiros nos revelam que a geometria está sendo pouco estudada nas escolas, colegas da graduação comentam também que seus alunos, nas disciplinas de Estágio Supervisionado, não tem noção alguma sobre Geometria. Eu, o pesquisador, quando cursei todo o Ensino Fundamental e Médio jamais tive a oportunidade de estudar Geometria Plana, tão pouco, Geometria Espacial.

A idéia de realizar essa pesquisa, surgiu no momento em que começamos a nos questionar sobre o ensino de Geometria nas escolas. Muito é falado sobre sua importância, muito é dito que ela não está sendo trabalhada nas escolas. Portanto, a idéia central foi fazer uma investigação sobre isso e com os resultados obtidos ter ciência se a Geometria está abandonada ou não nas escolas.

Levando em consideração o que acabamos de expor, levantamos a seguinte questão a ser pesquisada com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental: Em qual nível de van Hiele de pensamento geométrico estão os alunos ao final do Ensino Fundamental?

Em busca de resposta a essa questão, foi realizada a metodologia de estudo de caso nas escolas do bairro Niterói, apresentada no capítulo 2. Esta metodologia de pesquisa envolve uma investigação por parte do pesquisador, no qual, o pesquisador verifica se sua hipótese é verdadeira ou não dentro de um contexto real. Para isso, participaram da pesquisa quatro escolas da Rede Pública Estadual.

No capítulo 3, foi apresentado nossa fundamentação teórica trazendo um histórico sobre o Ensino da Geometria no Brasil e também informações sobre a teoria de Van Hiele, responsável pelo nosso embasamento teórico.

No capítulo 4, está a descrição completa da análise de dados. Primeiramente, uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos, segundo o modelo de Van Hiele, individual das escolas, após, um compartivo de pensamento geométrico entre as escolas e por último, uma análise individual questão por questão procurando detectar acertos e erros. Na última e conclusiva parte, fazemos nossas considerações finais sobre o trabalho e damos sugestões para novos estudos.

2 METODOLOGIA DE PESQUISA

Apresentaremos a seguir, a metodologia que utilizamos para construção da pesquisa.

2.1 Estudo de caso

A metodologia de pesquisa utilizada para a realização desse trabalho de conclusão foi o estudo de caso. Essa metodologia envolve uma investigação por parte do pesquisador, na qual o mesmo verifica se sua hipótese é, ou não, válida dentro de um determinado contexto da vida real.

De acordo com Yin (2005, p.32), o estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto da vida real, não estão claramente definidos.

Essa metodologia é muito utilizada em vários campos de pesquisas como, política, sociologia e psicologia comunitária, estudos organizacionais e gerenciais, estudos voltados para a educação, etc. Gil (1988) diz que para realizarmos um estudo de caso devemos delimitar a unidade que constitui o estudo de caso. Este pode ser uma pessoa, uma família, uma cidade, um bairro, um conjunto de relações ou processos, uma cultura, ou até mesmo um aluno.

No estudo de caso, fazemos a coleta de dados mediante o concurso dos mais diversos procedimentos. Os mais usuais são: a observação, a análise de documentos, a entrevista e a história de vida. Após, é feita a análise de dados para apresentar os resultados obtidos sobre o caso estudado.

> O propósito é ter uma consciência mais clara de alguns fatores que possa estar contribuindo para a construção de seu modo de ser e de atuar naquele momento histórico. Através disso, se facilitaria o surgimento de condições favoráveis para uma reorganização da percepção do comportamento e no contexto no qual ele ocorre (BELLAS apud DUARTE, 2008, p.12)

Portanto, acreditamos que com o resultado desse estudo se crie novas ações direcionadas ao aperfeiçoamento, melhoria e crescimento de todos os envolvidos.

2.2 Etapas da pesquisa

Para responder a pergunta geratriz “Em qual nível de van Hiele de pensamento geométrico estão os alunos ao final do Ensino Fundamental?”, passamos pelas seguintes etapas:

a) Delimitação do tema.
b) Busca de referencial teórico: que resultou no capítulo 3 deste trabalho.
c) Escolha dos sujeitos da pesquisa: o estudo foi realizado no bairro Niterói na cidade de Canoas – RS. O bairro possui 8 escolas, sendo que dessas, 4 escolas Estaduais concordaram em participar de nossa pesquisa. Três escolas são de Ensino Fundamental e uma é de Ensino Fundamental e Médio. Participaram de nossa pesquisa 219 alunos, todos cursando a 8ª.série do Ensino Fundamental.
d) Pesquisa de campo: Aplicação do Teste de van Hiele (descrito no item seguinte). Realizamos na primeira visita de cada escola, uma conversa com a direção sobre a possibilidade da aplicação do teste. Com a permissão da escola foi aplicado o teste para assim termos os dados coletados.
e) Análise de dados: após a aplicação do teste foi feita a correção dos mesmos. A descrição de como decidimos se um aluno estava em um ou outro nível, encontra-se no capítulo 4.

2.3 Coleta de dados

Tendo em vista fazermos uma análise do nível do pensamento geométrico dos estudantes ao final do ensino fundamental, tomando como referência os níveis de Van

Hiele, foi utilizado o Teste de Van Hiele (Anexo A), aplicado em 4 turmas de 8ª séries da Rede Pública Estadual. Apresentamos a descrição do teste a seguir:

O teste aplicado aos alunos é o mesmo que consta no livro Geometria Segundo a teoria de Van Hiele (NASSER, 1997), publicado pelo Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), resultante de um estudo coordenado pela Dra. em Educação Matemática Lílian Nasser, com o apoio de uma equipe de 13 professores do Projeto Fundão.

O resultado esperado com a aplicação do teste foi uma categorização dos estudantes que responderam o teste, de acordo com o nível de pensamento geométrico de cada um, segundo a teoria de Van Hiele. O teste apresenta 15 questões, distribuídas em 3 blocos, cada bloco corresponde a um dos níveis de Van Hiele, organizados da seguinte maneira:

Bloco 1: são as questões de 1 a 5, referentes ao nível básico. As questões de 1 a 4 exigiam habilidades: visual (reconhecer figuras), verbal (básico para associar o nome correto a uma figura) e lógica (perceber que existe diferenças e semelhanças entre figuras e compreender a conservação da figura mesmo quando a mesma se apresenta em outras posições). A questão 5 exigia apenas habilidade visual (reconhecer quando duas retas são paralelas através de informações fornecidas pela figura).

Bloco 2: são as questões de 6 a 10, referentes ao nível 1. As questões 6 e 8 demandavam habilidades: visual (assinalar, entre as alternativas apresentadas, apenas as propriedades corretas de cada figura). As questões 7 e 9 exigiam habilidades: visual (observar propriedades de uma figura) e verbal (descrever precisamente várias propriedades da figura apresentada na questão). A questão 10 requeria habilidade lógica (reconhecer que através das propriedades podemos diferenciar figuras) e habilidade gráfica (usar as propriedades para desenhar ou construir figuras).

Bloco 3: são as questões de 11 a 15. A questão 11 requeria a habilidade visual (reconhecer propriedades comuns em diferentes tipos de figuras). As questões 12 e 13 requeriam habilidade verbal (avaliar as sentenças apresentadas mostrando que há inter-relações entre figuras); A questão exigia a habilidade de lógica (usar propriedade das figuras tendo em vista assim se uma classe de figuras está contida ou não em outra classe).

2.4 Processo de sistematização e análise de dados

Após a correção dos testes, primeiro analisamos em qual nível de pensamento geométrico de Van Hiele estão os alunos de cada escola, após, fizemos um comparativo sobre o nível de pensamento geométrico entre elas. Acreditamos que era importante verificar também o número de questões que cada aluno acertou e errou. Para essa análise utilizamos o processo de categorização conforme Lorenzatto e Fiorentine (2007, p. 134), que nos diz que a categorização significa um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto é, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns. Por exemplo, categorizamos os “níveis de Van Hiele” segundo o campo conceitual da matemática: geometria. Outro princípio: é que essas categorias sejam disjuntas, isto é, mutualmente exclusivas, de modo que cada elemento esteja relacionado com apenas uma categoria. Por fim, as categorias estabelecidas abrangem todas as informações obtidas.

Lorenzato e Fiorentini (2007, p. 135) nos diz ainda que o tipo de nossa análise é mista, pois obtemos as categorias a partir do confronto entre o que diz a literatura e o que encontramos nos registro de campo. O processo de construção de boas categorias de análise depende, em grande parte, do conhecimento teórico do pesquisador e de sua capacidade de perceber a existência de relações ou de regularidades.

A descrição completa da análise de dados encontra-se no capítulo 4.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Acreditamos que a Geometria é descrita como um corpo de conhecimentos fundamental para a compreensão do mundo e participação ativa do homem na sociedade, pois desenvolve o raciocínio visual e facilita a resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento.

Sobre a importância da Geometria, em seu artigo, O Ensino da Geometria: depoimentos de professores que fizeram história, Fillos cita Lorenzato e Fainguelernt que nos dizem respectivamente:

> [...] esta tem função essencial na formação dos indivíduos, pois possibilita uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente de idéias e uma visão mais equilibrada da Matemática. (LORENZATO apud FILLOS, 2006, p.2)

> A geometria desempenha um papel fundamental no ensino porque ativa as estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização; é tema integrador entre as diversas partes da Matemática, sendo a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituintes de sua existência. (FAINGUELERNT apud FILLOS, 2006, p.2)

Entretanto, apesar de reconhecida importância pesquisadores brasileiros apontam que o ensino da Geometria nas escola do nosso país é deficiário. Quais seriam os possíveis indícios de mudança dos pensamentos e práticas docentes em diferentes períodos da Educação matemática que ocasionaram esse déficit?

Historicamente, vemos que até o final do século XVIII havia em nosso país dois tipos de escolas no qual o ensino era transmitido: escolas religiosas e militares. Nas escolas religiosas, o ensino era clássico-literário, já nas escolas militares o ensino era dirigido a aplicação militar.

Kubiczewski ao analisar o artigo de Valente, Percursos do Ensino da Matemática Elementar até o Início do Século XIX nos diz:

> [...] havia as escolas militares, ou, a bem da verdade as ”Aulas“, as chamadas “Aulas de Artilharia e Fortificações”. Justamente nessas “Aulas” as matemáticas (geometria, álgebra, aritmética, trigonometria, etc.) estruturavam os cursos para formação de artiheiros e engenheiros, mão de obra especializada destinada a dirigir a construção de fortalezas e defesa da colônia portuguesa, face a ameaça do inimigo estrangeiro (VALENTE apud KUBICZEWSKI, 2002, p. 44).

Nessa mesma época, o professor de matemática Cristiano Benedito Ottoni, foi um dos precursores da preocupação com o ensino da Geometria, quando em 1845 publicou o trabalho chamado Juízo Crítico sobre o Compêndio de Geometria usado pela Academia Marinha do Rio de Janeiro.

De acordo com Kubiczewski (2002, p. 44), nesse texto Ottoni faz uma crítica aos compêndios usados na Academia, revisando então, na sua opinião, conteúdos sob o ponto de vista geométrico e didático. Ottoni considera ser este o seu primeiro trabalho científico, mas pela análise de Valente, é puramente didático.

> Na verdade, trata-se de uma discussão, por esse tempo, entre saberes escolares. Não se trata de uma disputa no âmbito da ciência matemática. As ferramentas utilizadas por Ottoni são escolares, didático-pedagógicas, e as criticas tomam como objeto textos construídos especialmente para o ensino (VALENTE apud KUBICZEWSKI, 2002, p. 44).

Nesse trabalho científico, Ottoni faz considerações do modo que são trabalhados, na escola da época, definições e teoremas, no qual através de reformulações de frases, tenta tornar mais fácil para seus alunos o estudo desses entes básicos tão abstratos. A Geometria Euclidiana que tem como fonte os elementos de Euclides, que estruturam todo o conhecimento geométrico acumulado até a época foi a Geometria trabalhada por Ottoni.

Segundo Kubiczewski (2002, p. 44), os Elementos iniciam apresentando os entes primitivos: ponto, reta e plano. Surgem então os axiomas, teoremas e definições. A partir de um raciocínio estruturado e a combinação desses elementos pode-se chegar a novos teoremas, através de uma seqüência lógica que pode ser totalmente verificada quanto a sua veracidade.

Sendo assim, essa geometria em sua forma dedutiva, era ensinada tanto nas escolas quanto em cursos de Ciências Exatas, Arquitetura, Engenharia e cursos de desenvolvimento tecnológico. Devido esse sistema de ensino ser muito abstrato e complexo, muitos alunos apenas decoravam tudo para poder sair bem nas avaliações.

A partir do Movimento da matemática Moderna (MMM), na década de 50, a Educação matemática no Brasil passou por intensas reformulações e modernização do currículo escolar especialmente no nível ginasial e secundário. Essas mudanças decorreram através de uma discussão internacional com a idéia de uma nova abordagem para o ensino de matemática com a intenção de aproximar o ensino realizado na educação básica, a aquele desenvolvido na Universidade, o que corresponde a linguagem e à estrutura empregada pelos matemáticos da época.

Em seu artigo, O ensino de Geometria durante o movimento da matemática moderna no Brasil: análise do arquivo pessoal de Sylvio Nepomuceno, Leme da Silva (2006) cita Pour La Sciense que nos diz:

> No ano de 1934, um grupo de matemáticos franceses, intitulado Nicolas Bourbaki, dá inicio a uma proposta de escrever uma nova obra sobre Análise Matemática. Esta proposta inicialmente modesta, com o passar do tempo ganha dimensão monumental, e tem como objetivo organizar a matemática como um todo. A visão de matemática expressa pelos Bourbaki, considera a matemática como um edifício dotado de uma profunda unidade, sustentada pela teoria dos conjuntos e hierarquizada em termos de estruturas abstratas, entre elas algébricas e topológicas. (POUR LA SCIENSE apud LEME DA SILVA, 2006, p.4153)

Esse grupo exerce influência significativa no MMM internacionalmente, e, em particular no Brasil. Matemáticos pertencentes a liderança do grupo Bourbaki, vieram pra São Paulo, na década de 40, contratados pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Universidade de São Paulo. Aqui influenciaram e orientaram os responsáveis pelas cátedras como também jovens assistentes.

De acordo com Fillos (2006, p. 3), o MMM eclodiu devido à necessidade de profissionais capacitados para atender à expansão tecnológica que se tornou mais acentuada a partir da segunda guerra mundial. Em 1957, houve o lançamento, pela Rússia, do primeiro satélite artificial do mundo, o Sputnik I, acirrando a disputa tecnológica com os Estados Unidos. Esse fato impulsionou a preparação de profissionais de diversas áreas como matemática, física e engenharia por meio de parcerias com instituições financeiras.

Nessa época, o ensino da matemática destacando a Geometria no Brasil se encontrava em crise, visto que essa disciplina se encontrava fora da realidade, difícil e de acesso a poucos. O MMM, que foi idealizado nos Estados Unidos em torno de novos métodos de ensino, foi o principal marco de mudança curricular do ensino brasileiro.

Pelo que podemos notar, o MMM demonstrou-se insuficiente para unificar os três campos fundamentais da Matemática: Geometria, Álgebra e Aritmética. Assim, o MMM não conseguiu superar as dificuldades em que se encontrava a geometria, entretanto, contribuiu intensamente para reduzi-la a um exemplo de aplicação de teoria dos Conjuntos e de Álgebra Vetorial. Nessa época surgem então nas escolas e faculdades matérias só de Geometria, como por exemplo, Desenho Geométrico, ocorrendo então uma separação entre a Geométrica e a Matemática.

Contudo, de acordo com Kubiczewski (2002, p. 44), a partir da década de 70, esta “nova matemática” começa a ser repensada pelos estudiosos, que através da análise da evolução histórica da Geometria, percebem sua importância como conteúdo escolar.

Analisando a matemática no período pré-histórico, vemos que o homem usa símbolos e imaginação para expressar suas idéias. No Egito, a matemática foi desenvolvida e utilizada para medições, cálculos, etc. Dentro desse contexto está presente a Geometria, fazendo parte da linguagem humana no sentido da sua leitura e comunicação espacial. Percebe-se então a necessidade da continuidade do estudo da Geometria. Essa linguagem geométrica, quando estruturada por Euclides, representava o raciocínio humano, com suas abstrações e processos lógicos próprios. Sendo assim, não é possível separar do ensino da matemática a Geometria, que tem muitas aplicações práticas no estudo espacial e métrico e são muito importantes para estruturar nosso processo mental lógico dedutivo.

> Em síntese, o ensino da Geometria quer que seja no Ensino Fundamental ou Médio, deve contemplar uma valorização mais significativa do trabalho pedagógico com o processo de validação do conhecimento geométrico. Acreditamos que a prática e reprodução de provas e demonstrações geométricas, neste nível, contribui de uma forma importante para a formação de um tipo de raciocínio fundamental à construção do conhecimento científico (FREITAS apud KUBICZEWSKI, 2002, p. 45).

Preocupações acerca do ensino da Geometria, sempre existiram, independente da área de aplicação. Nossa geometria, mesmo com o surgimento das Geometrias não-euclidianas, continua a mesma, mas seu contexto e as exigências modificaram-se. Atualmente, temos a área de estudos e pesquisas da Educação Matemática, a qual, tem uma grande importância no desenvolvimento de novas práticas pedagógicas. Essas pesquisas nos permitem descobrir estratégias e planos de aula diferenciados e criativos que podem tornar o ensino mais interessante para os alunos.

3.1 A Teoria de Van Hiele

O modelo de Van Hiele para o pensamento em Geometria foi desenvolvido pelo casal Holandês Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof. O surgimento dessa nova teoria teve origem nos anos 50 através das teses de doutoramento do casal, quando foram publicadas, nas quais apresentavam um novo método de ensino baseado no desenvolvimento de pensamento geométrico, chamado Modelo de Van Hiele.

O novo modelo sugere que os alunos progridem segundo uma seqüência de níveis de compreensão de conceitos descobertos enquanto os estudantes aprendem Geometria. As fases de aprendizado que acompanham o modelo de Van Hiele são fundamentais para o sucesso de aprendizado em cada nível e da passagem para o próximo.

Nasser (1997, p.4) afirma que cada nível é caracterizado por relações entre os objetos de estudo e linguagem próprias. Conseqüentemente, não pode haver compreensão quando o curso é dado num nível mais elevado do que o atingido pelo aluno.

De acordo com Fantinel (1998), para que haja o avanço de um nível para o próximo, Van Hiele estabeleceu cinco Fases de Aprendizagem que devem ser vivenciadas pelos alunos:

> Fase 1: Informação/ Inquirição
> Professor e alunos dedicam sua atenção a conversas e atividades a respeito dos objetos de estudo deste nível. São feitas observações, levantadas questões e é introduzido o vocabulário específico de cada nível. Nessa fase, o professor percebe quais os conhecimentos anteriores que os alunos têm do assunto e esses percebem qual direção os estudos irão tomar,
>
> Fase 2: Orientação Dirigida
> Os alunos exploram o tópico de estudo através de materiais selecionados cuidadosamente pelo professor. Estas atividades devem revelar gradativamente aos alunos as estruturas características do nível. As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas.
>
> Fase 3: Explicação
> Com base em suas experiências anteriores, os alunos expressam e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas que foram observadas. Tal verbalização requer que os alunos articulem conscientemente o que poderiam ser apenas idéias vagas e não desenvolvidas. O papel do professor deve ser mínimo, apenas auxiliando os alunos a usar a linguagem apropriada, deixando-os independentes na busca da formação do sistema de relações em estudo.

> Fase 4: Orientação Livre
> Os alunos procuram soluções próprias para tarefas mais complicadas, que admitem várias soluções, e para problemas em aberto. Segundo Hoffer, “eles ganham experiências em achar seus próprios caminhos ou resolver as tarefas. Orientando-se a si próprios no campo da investigação, muitas relações entre os objetos de estudo tornam-se explícitas aos alunos.” (apud CROWLEY, 1987, p.6, trad. Nossa).
>
> Fase 5: Integração
> O aluno revê e resume o que aprendeu, com o objetivo de formar uma visão geral do novo sistema de objetos e relações. Como conseqüência, há uma unificação e internalização num novo domínio de pensamento. Nessa fase, o papel do professor é de auxiliar no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais sem, no entanto, introduzir idéias novas ou discordantes. (FANTINEL, 1998)

Com exceção da última fase, as outras podem ocorrer em diversas ordens e até simultaneamente. Ao final da fase 5, os alunos devem ter alcançado um novo nível de pensamento, estando assim aptos a repetirem as Fases de Aprendizagem no nível seguinte.

A teoria de Van Hiele sugere cinco níveis hierárquicos, de modo que o aluno só atinge determinado nível de raciocínio em Geometria após passar por todos os níveis inferiores. Esse modelo é fonte de novas pesquisas em vários paises da Europa. Nos Estados Unidos e também alguns educadores soviéticos se embasam no modelo e planejam o currículo escolar tendo como base o trabalho de Van Hiele.

> A formulação desse sistema de níveis ocorreu enquanto Pierre Van Hiele estudava alguns dos trabalhos de Piaget. Durante esse estudo ele verificou, como fizera Piaget, que os problemas ou tarefas que são apresentados às crianças, frequentemente, requerem um conhecimento de vocabulário ou propriedades além do nível de pensamento da criança. FANTINEL (1998).

No quadro a seguir, apresenta-se um resumo referente aos níveis do modelo de Van Hiele.

Quadro 1– Níveis de Van Hiele para compreensão em geometria

Nível de Van Hiele	**Características**	**Exemplos**
Básico: reconhecimento	Identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global.	Classificação de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
Nível 1: Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades: 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos.
Nível 2 : Síntese ou Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra: argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição do quadrado pelas propriedades mínimas: 4 lados iguais e 4 ângulos retos. O retângulo é um paralelogramo, pois também possui os lados opostos paralelos.
Nível 3: Dedução	Domínio do processo dedutivo e de demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
Nível 4: Rigor	Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma Geometria finita.

Fonte: NASSER, L. SANT'ANNA, N.F.P (coordenadoras). Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 1997.

4 ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo, apresentamos os dados coletados após a aplicação e correção do teste de Van Hiele com os alunos.

Esses dados apresentam-se em três seções: análise do nível de pensamento geométrico segundo modelo de Van Hiele por escola, comparativo do nível de pensamento geométrico segundo modelo de Van Hiele entre as escolas e análise individual de cada questão do teste, procurando detectar quais foram as questões que apresentaram maior índice de erro.

O teste de Van Hiele é constituído de 15 questões divididas em três blocos. De 1 a 5 nível básico, de 6 a 10 nível 1, de 11 a 15 nível 2. Para detectar se um aluno estava em um ou outro nível estipulamos que em cada bloco de 5 questões o aluno poderia errar até 2 questões para ainda se enquadrar naquele nível de Van Hiele.

O bairro Niterói, situado na cidade de Canoas, possui 8 escolas. Foram contatadas 6 escolas devido ao tempo para realização da pesquisa. As escolas contatadas foram 4 da Rede Pública Estadual e duas da Rede Privada. Aceitaram fazer parte da pesquisa apenas as escolas da Rede Pública Estadual. Dessas, uma apenas é de Ensino Fundamental e Médio, as outras três são de Ensino Fundamental.

Para fins de análise identificaremos as escolas por A, B, C e D.

4.1 Análise do nível de pensamento geométrico por escola

A tabela a seguir, é referente a 8ª. série da escola A. Ela nos mostra o número de alunos em cada nível do modelo de Van Hiele.

Tabela 1– Escola A

Escola A – Total: 32 alunos	
Nível	*Número de alunos*
Básico	8
Nível 1	1
Nível 2	0
Sem Nível	23

Fonte: Autoria própria, 2009.

Dos 32 alunos da escola A, foi constatado que 23 não atingiram nenhum nível de Van Hiele, 8 alunos se enquadraram no nível básico e 1 aluno alcançou o nível 1. Nenhum aluno atingiu o nível 2. Maior parte dos alunos sequer atingiu o nível básico, percebe-se então que os conteúdos de geometria não foram trabalhados desde as séries inicial até o final do Ensino Fundamental com esses estudantes.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 1.

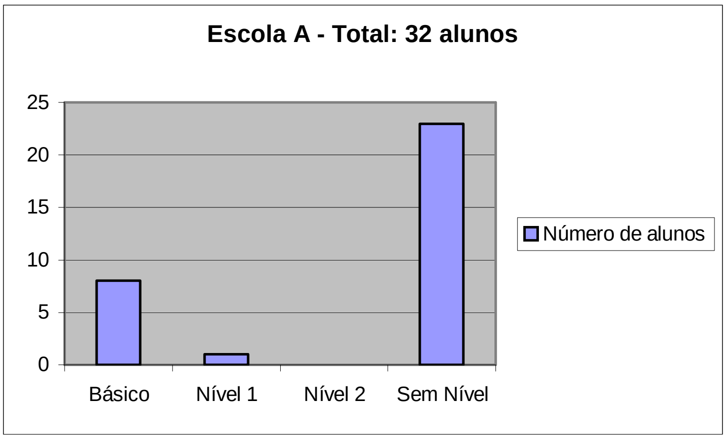


Figura 1– Escola A
Fonte: Autoria própria, 2009

A tabela a seguir é referente as duas turmas de 8ª. séries da escola B. Ela nos mostra o número de alunos em cada nível domodelo de Van Hiele.

Tabela 2– Escola B

Escola B – Total: 61 alunos		
Nível	*Turma 1*	*Turma 2*
Básico	20	15
Nível 1	0	0
Nivel 2	0	0
Sem Nível	12	14
	Total: 32 alunos	**Total: 29 alunos**

Fonte: Autoria própria, 2009.

Referente a escola B, participaram duas turmas de 8ª.séries (Turma 1 e Turma 2), totalizando 61 alunos. Dos 32 alunos da Turma 1, 20 alunos atingiram o nível básico, 12 alunos sequer alcançaram algum nível. Nenhum aluno dessa turma atingiu o nível 1 ou nível 2. Dos 29 alunos da Turma 2, 15 atingiram o nível básico, 14 sequer alcançaram algum nível. Assim como os estudantes da Turma 1, nenhum dos alunos da Turma 2 atingiram nível 1 ou 2. Maior parte dos alunos dessa escola atingiram o nível básico, conseguem reconhecer diferentes figuras em um desenho, por outro lado, 26 alunos da Escola B não atingiram o nível básico. Fica evidenciado que para esses alunos, o ensino da geometria não foi devidamente trabalhado ao longo dos anos em suas jornadas do Ensino Fundamental.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 2.

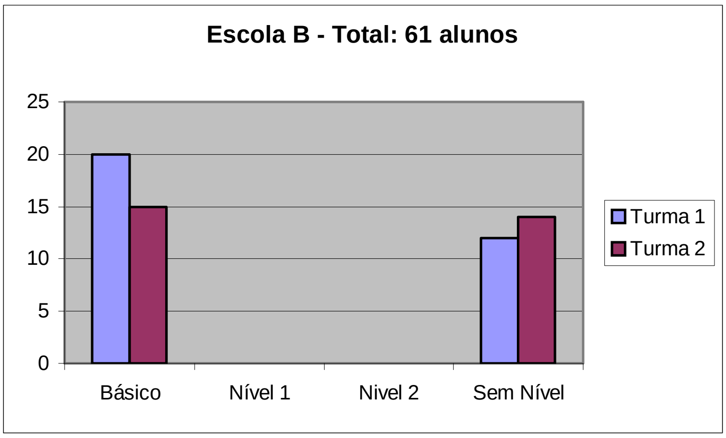


Figura 2– Escola B
Fonte: Autoria própria, 2009.

A tabela a seguir é referente as duas turmas de 8ª. séries da escola C. Ela nos mostra o número de alunos em cada nível do modelo de Van Hiele.

Tabela 3– Escola C

Escola C – Total: 65 alunos		
Nível	*Turma 1*	*Turma 2*
Básico	10	13
Nível 1	0	0
Nível 2	0	0
Sem Nível	24	18
	Total: 34 alunos	**Total: 31 alunos**

Fonte: Autoria própria, 2009.

Referente a escola C, participaram duas turmas de 8ª.séries (Turma 1 e Turma 2), totalizando 65 alunos. Dos 34 alunos da Turma 1, 10 alunos atingiram o nível básico, 24 alunos sequer alcançaram algum nível. Nenhum aluno dessa turma atingiu o nível 1 ou nível 2. Dos 31 alunos da Turma 2, 13 atingiram o nível básico, 18 sequer alcançaram algum nível. Assim como os estudantes da Turma 1, nenhum dos alunos da Turma 2 atingiram nível 1 ou 2. Maior parte dos alunos dessa escola sequer atingiram algum nível. Fica constatado que para esses estudantes há um grande déficit quanto ao ensino da geometria. Provavelmente, ao longo dos anos a geometria foi sempre posta a segundo plano, seus conteúdos jamais foram trabalhados e com certeza esses alunos foram muito prejudicados devido a isso.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 3.

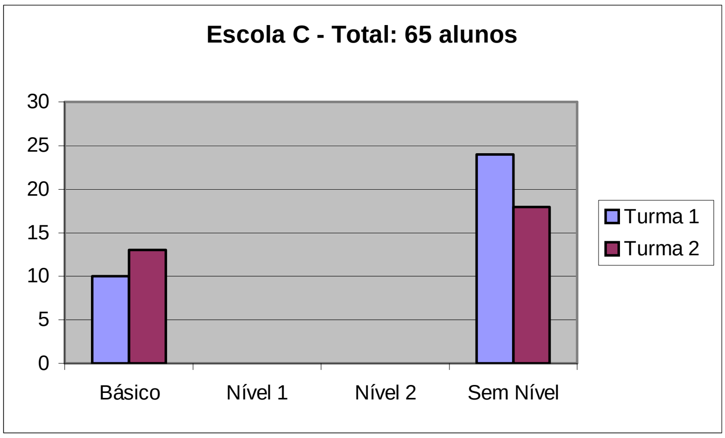


Figura 3– Escola C
Fonte: Autoria própria, 2009.

A tabela a seguir é referente as duas turmas de 8ª. séries da escola D. Ela nos mostra o número de alunos em cada nível do modelo de Van Hiele.

Tabela 4– Escola D

Escola D – Total: 61 alunos		
Nível	*Turma 1*	*Turma 2*
Básico	13	19
Nível 1	0	0
Nível 2	0	0
Sem Nível	15	14
	Total: 28 alunos	**Total: 33 alunos**

Fonte: Autoria própria, 2009.

Referente a escola D, participaram duas turmas de 8^{a}.séries (Turma 1 e Turma 2), totalizando 61 alunos. Dos 28 alunos da Turma 1, 13 alunos atingiram o nível básico, 15 alunos sequer alcançaram algum nível. Nenhum aluno dessa turma atingiu o nível 1 ou nível 2. Dos 33 alunos da Turma 2, 19 atingiram o nível básico, 14 sequer alcançaram algum nível. Assim como os estudantes da Turma 1, nenhum dos alunos da Turma 2 atingiram nível 1 ou 2. Maior parte dos alunos da Turma 1, não conseguiram atingir o nível básico, notamos aqui o déficit no ensino da geometria para com esses alunos em toda sua trajetória escolar. Sobre a Turma 2, mais da metade dos alunos conseguem reconhecer diferentes figuras em um desenho (Nível Básico de Van Hiele), contudo 14 alunos não conseguem fazer o mesmo.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 4.

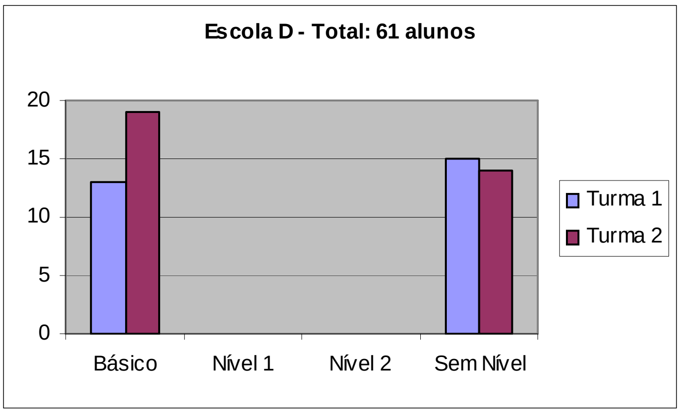


Figura 4– Escola D
Fonte: Autoria própria, 2009.

4.2 Comparativo entre as escolas

A tabela abaixo apresenta os dados dos níveis de pensamento geométrico dos alunos entre as escolas pesquisadas, com o objetivo de fazermos uma comparação entre elas.

Tabela 5– Comparativo entre as escolas

Comparativo do nível de pensamento geométrico entre as escolas				
Nível	*Escola A*	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*
Básico	8	35	23	32
Nível 1	1	0	0	0
Nível 2	0	0	0	0
Sem Nível	23	26	42	29
	Total de alunos: 32	**Total de alunos: 61**	**Total de alunos: 65**	**Total de alunos: 61**

Fonte: Autoria própria, 2009.

Comparando as 4 escolas A, B, C e D vimos que os resultados foram semelhantes em alguns aspectos. Quanto ao nível básico, as escolas B e D obtiveram um melhor desempenho do que a escola A e C. Em relação ao nível 1, dos 219 alunos que participaram da pesquisa apenas 1 aluno, pertencente a escola A, atingiu o nível em questão. Já os estudantes das escolas B, C e D não atingiram o nível 1. Em relação ao nível 2, não foi encontrado entre 219 alunos, nenhum que alcançou o nível citado.

Dos 219 alunos, apenas 98 estão no nível básico, 1 no nível 1 e 120 sequer estão em algum nível. Os resultados obtidos mostram bem a realidade sobre a deficiência do ensino da geometria em todas as escolas.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 5.

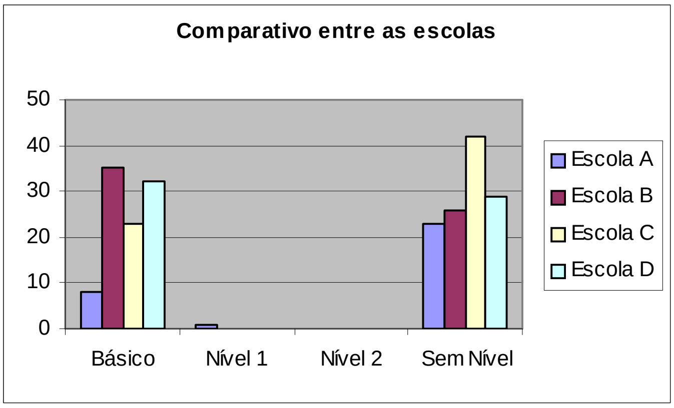


Figura 5– Comparativo entre as escolas
Fonte: Autoria própria, 2009.

4.3 Análise individual das questões

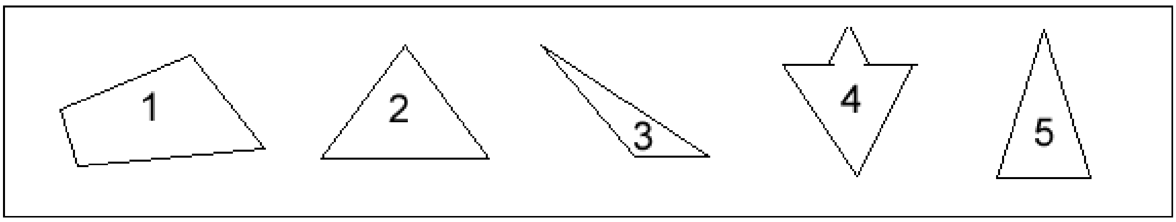
Apresentaremos a seguir, uma análise individual de cada questão.

4.3.1 Respostas dos alunos referente ao Nível Básico

O primeiro bloco relacionava-se com o nível básico, segundo o modelo de Van Hiele. Esse nível tem por característica a capacidade de identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas com base em sua aparência global, como foi visto no capítulo 3.

Apresentamos, então, uma análise dos acertos e erros dos alunos às questões numeradas de 1 a 5.

Questão 1. Assinale o(s) triângulo(s):



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 1.

Tabela 6– Questão 1

Questão 1					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de alunos*
Nº de acertos	12	29	30	29	100
Nº de erros	20	32	35	32	119

Fonte: Autoria própria, 2009.

A análise mostra que 100 alunos acertaram a primeira questão marcando corretamente as figuras 2, 3 e 5. Por outro lado, 119 alunos erraram a questão 1. Percebemos aqui a dificuldade desses alunos de identificar os triângulos quando os mesmos estão juntos de outros polígonos. Alguns alunos marcaram a figura 4, pois, certamente não associaram a figura quanto ao seu número de lados e alguns alunos não marcaram a figura 3, provavelmente, por não saberem que qualquer figura que tenha três lados é um triângulo, o que nos leva a acreditar que o triângulo isósceles e eqüilátero sejam os mais trabalhados. Em todas as escolas houve mais erros do que acertos nessa questão.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 6.

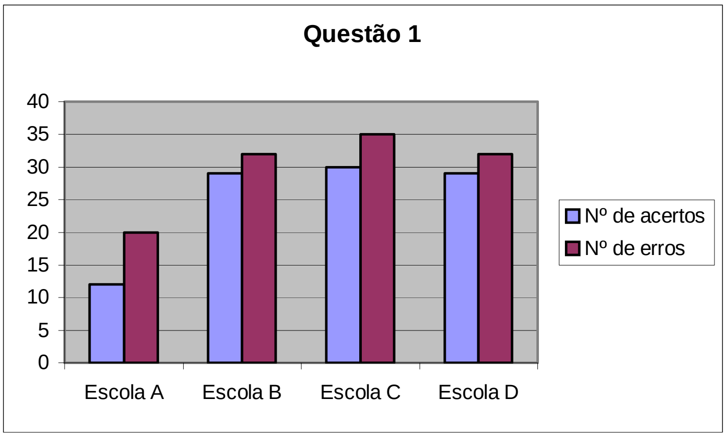
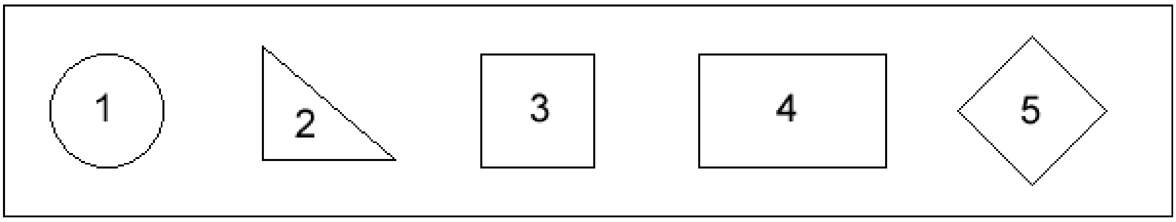


Figura 6– Questão 1
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 2. Assinale o(s) quadrado(s):



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 2.

Tabela 7– Questão 2

Questão 2					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de alunos*
Nº de acertos	8	41	32	34	115
Nº de erros	24	20	33	27	104

Fonte: Autoria própria, 2009.

A análise mostra que 115 alunos acertaram a segunda questão marcando corretamente as figuras 3 e 5. O número de alunos que erraram a questão 2, foram 104. Grande parte dos alunos marcaram apenas a figura 3, pois, não perceberam que a figura número 5 também é um quadrado possivelmente porque só identificam como quadrados figuras cujos lados são paralelos a folha de papel, o que nos leva acreditar que a geometria tem sido ensinada de maneira estática. Alguns alunos também marcaram a figura de número 4, não percebendo possuir 4 lados iguais é condição necessária para um polígono ser quadrado. Os alunos da Escola B e D obtiveram um bom desempenho nessa questão.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 7.

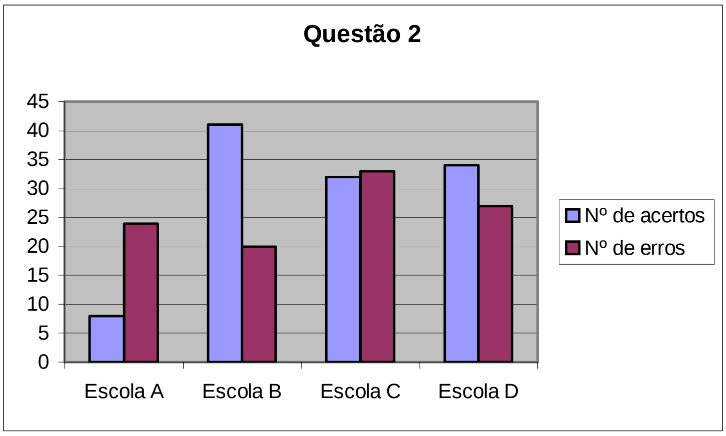
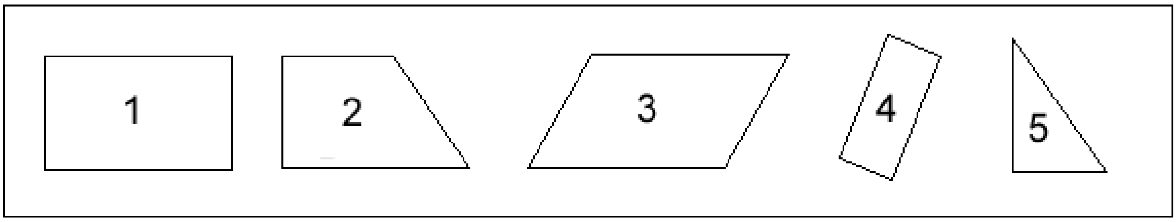


Figura 7– Questão 2
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 3. Assinale o(s) retângulo(s):



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 3.

Tabela 8– Questão 3

Questão 3					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de alunos*
Nº de acertos	7	25	28	21	81
Nº de erros	25	36	37	40	138

Fonte: Autoria própria, 2009.

Ao analisarmos os resultados, notamos que apenas 81 alunos marcaram corretamente as figuras de número 1 e 4. 138 alunos erraram a questão 3, grande parte por não terem marcado a figura de número 4 por acreditarem que uma figura é apenas retângulo se seus lados estiverem paralelos a folha de papel. Alguns alunos marcaram a figura de número 2, não percebendo que apenas 2 ângulos nessa figura são de 90º.

Importante ressaltar que nenhum aluno marcou a figura de número 5, ficou evidenciado que eles sabem distinguir um retângulo de um triângulo.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 8.

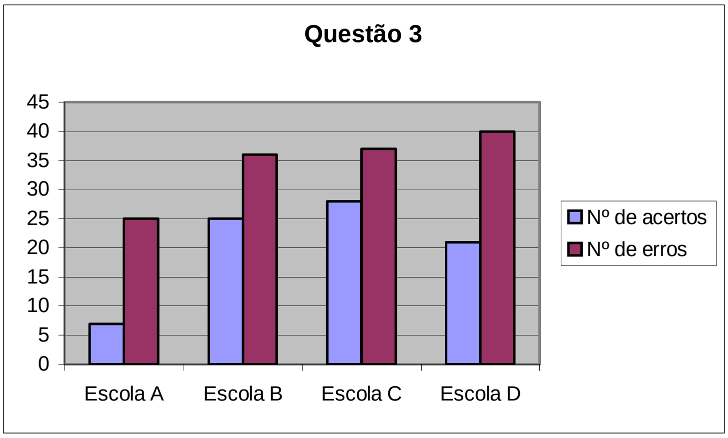
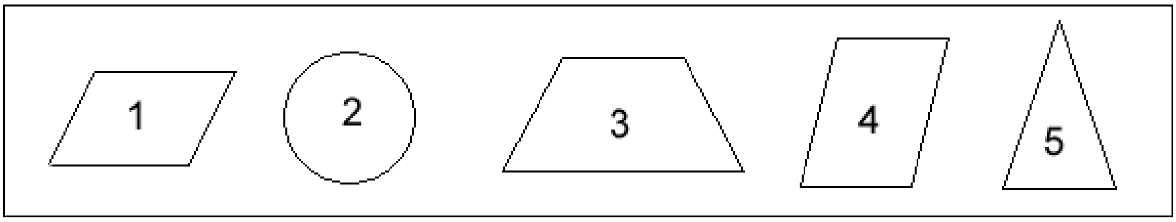


Figura 8– Questão 3
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 4. Assinale o(s) paralelogramo(s):



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 4.

Tabela 9– Questão 4

Questão 4					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de alunos*
Nº de acertos	5	41	19	24	89
Nº de erros	27	20	46	37	130

Fonte: Autoria própria, 2009.

Ao analisarmos a questão 4, 89 alunos marcaram corretamente as figuras de número 1 e 4. Entretanto, 130 alunos erraram a questão 4. Percebemos aqui que a maior dificuldade encontrada é o reconhecimento e a nomenclatura da figura, grande parte dos alunos não sabe o que é um paralelogramo e muitos nunca escutaram esse nome. A Escola B, teve um grande número de acertos, por outro lado, todas as outras erraram muito mais do que acertaram.

Para ilustrar o comparativo feito entre as escolas, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 9.

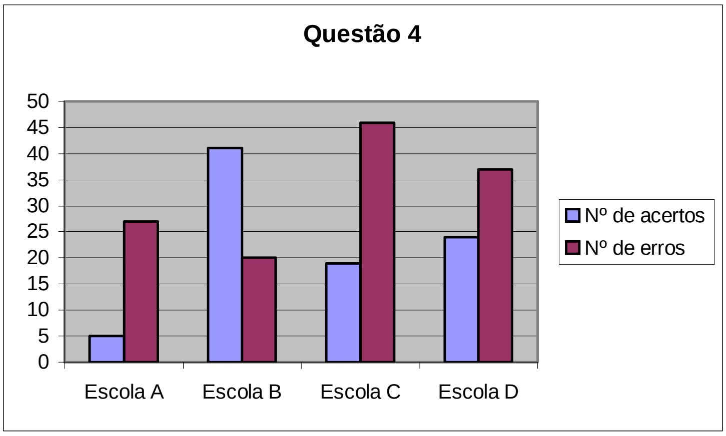
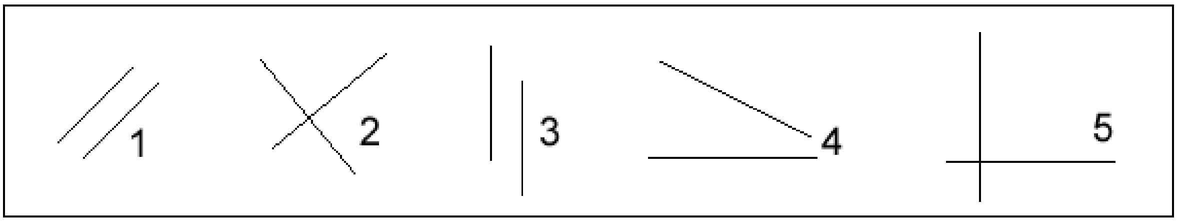


Figura 9– Questão 4
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 5: Assinale os pares de retas paralelas:



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 5.

Tabela 10– Questão 5

Questão 5					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de alunos*
Nº de acertos	14	21	23	34	92
Nº de erros	18	40	42	27	127

Fonte: Autoria própria, 2009.

Analisando as respostas, constatamos que 92 alunos acertaram a questão 5, marcando corretamente as figuras de número 1 e 3. 127 alunos erraram a questão 5 e grande parte apenas marcou a figura de número 1. Os alunos não perceberam que a figura 3 também é um par de retas paralelas. Outros alunos marcaram a questão 4 talvez por pensarem que como elas não se tocam existe na figura 4 o paralelismo. Os alunos não concluíram que, se fossem prolongados os segmentos de pares de retas, eles se intersectariam. Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 10.

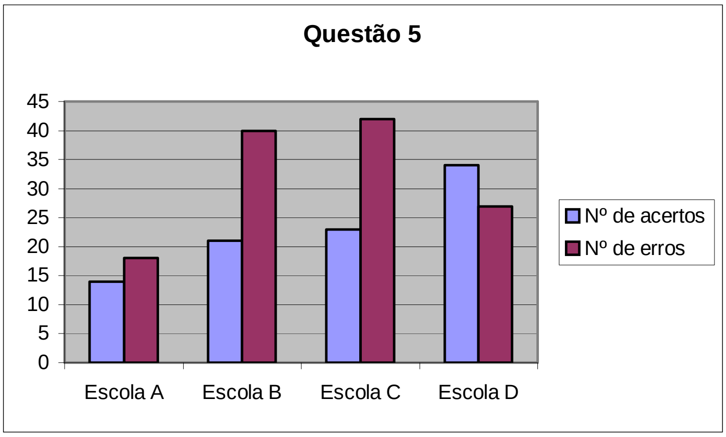


Figura 10– Questão 5
Fonte: Autoria própria, 2009.

4.3.2 Respostas dos alunos referente ao Nível 1

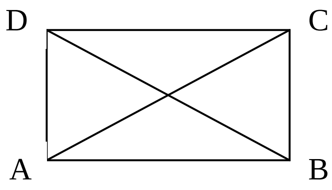
O segundo bloco de questões, refere-se ao nível 1 de Van Hiele, que tem como característica a analise dos componentes de uma figura, o reconhecimento de suas propriedades geométricas e o uso delas para a resolução de problemas.

Apresentamos, então, uma análise dos acertos e erros dos alunos às questões numeradas de 6 a 11.

Questão 6. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas diagonais.

Assinale a(s) alternativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

a) Têm 4 ângulos retos.
b) Têm lados opostos paralelos.
c) Têm diagonais do mesmo comprimento.
d) Têm os quatro lados iguais.
e) Todas são verdadeiras.



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 6.

Tabela 11– Questão 6

Questão 6					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	2	11	3	7	23
Nº de erros	30	50	62	54	196

Fonte: Autoria própria, 2009.

Analisando os resultados obtidos, 23 alunos dos 219 marcaram corretamente as alternativas a, b e c. Os erros que mais ficaram em evidência nessa questão foram de alunos que não marcaram a opção b, provavelmente por não saberem o significado da frase *“têm lados opostos paralelos”*. Alguns não marcaram a opção c talvez por não saberem o que é uma diagonal. Outro erro encontrado foi alunos que marcaram a opção d *“têm quatro lados iguais”,* evidenciando não saberem distinguir a propriedade dos quadrados em relação a propriedade dos retângulos.

Para ilustrar os resultados obtidos, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 11.

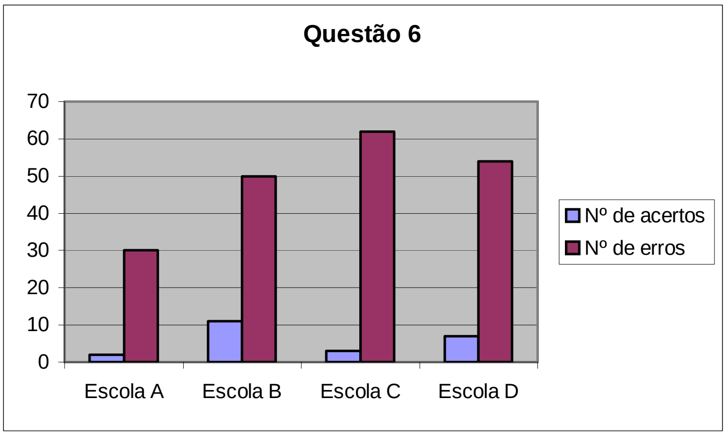


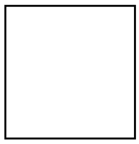
Figura 11– Questão 6
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 7. Dê três propriedades dos quadrados:

1.____

2.____

3.____



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 7.

Tabela 12– Questão 7

Questão 7					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	4	6	4	1	15
Nº de erros	28	55	61	60	204

Fonte: Autoria própria, 2009.

Com os resultados obtidos, concluímos que dos 219 alunos, 15 alunos acertaram a questão 7 respondendo, por exemplo, *"todos lados são iguais", "tem quatro ângulos retos", "tem lados opostos paralelos".* Dos 219 alunos, 204 erraram essa questão. Muitos apenas escreveram uma propriedade, como por exemplo, *"4 lados iguais"*, e deixaram o resto em branco. Alguns alunos responderam como propriedades dos quadrados: “Quadrado perfeito”, “Quadrado retangular”, “Diagonais uma maior que a outra”, “produto de um número por ele mesmo”, “4 lados elevado ao quadrado”, “tem a semelhança de uma caixa”. Provavelmente nunca estudaram as propriedades das figuras geométricas.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 12.

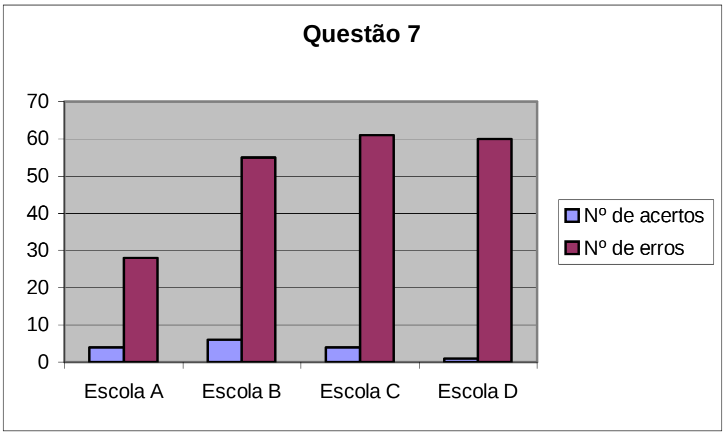
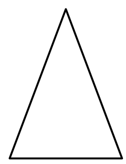


Figura 12– Questão 7
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 8. Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

a) Pelo menos um dos ângulos mede 60º.
b) Um dos ângulos mede 90º.
c) Dois ângulos tem a mesma medida.
d) Todos os três ângulos tem a mesma medida.
e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 8.

Tabela 13– Questão 8

Questão 8					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	14	20	11	13	58
Nº de erros	18	41	54	48	161

Fonte: Autoria própria, 2009.

Analisando os resultados obtidos, dos 219 alunos, 58 marcaram na opção c correta “Dois ângulos tem a mesma medida”. 161 alunos erraram essa questão por desconhecerem até mesmo o que é um triângulo isósceles. Muitos alunos marcaram a opção d, pois, provavelmente confundiram o triângulo isósceles com o triângulo eqüilátero que possui 3 ângulos iguais. Alguns alunos marcaram a opção e afirmando que nenhuma das afirmativas tinha veracidade.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 13.

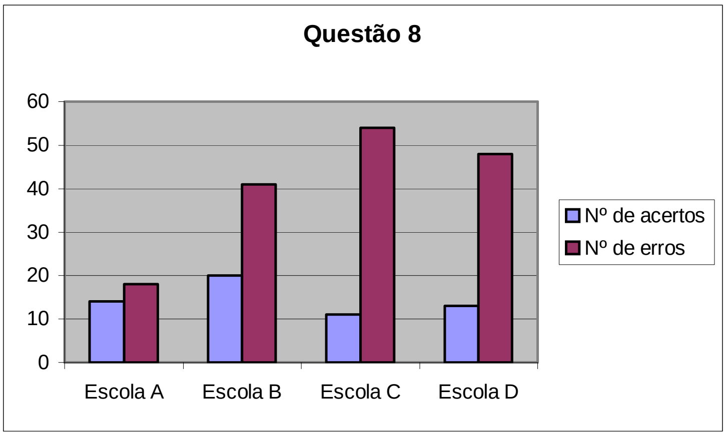


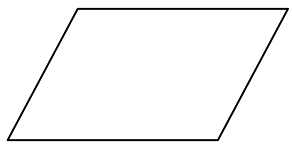
Figura 13– Questão 8
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 9. Dê três propriedades dos paralelogramos:

1.______________________________________

2.______________________________________

3.______________________________________



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 9.

Tabela 14– Questão 9

Questão 9					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	0	1	2	0	3
Nº de erros	32	60	63	61	216

Fonte: Autoria própria, 2009.

Analisando as respostas obtivemos que apenas 3 alunos dos 219 acertaram essa questão. Os alunos que acertaram essa questão responderam as seguintes propriedades: *“Tem 4 lados”, “tem lados opostos paralelos”, “tem quatro ângulos”*. 216 alunos erraram essa questão, a maioria deles deixou a questão em branco. Alguns arriscaram os seguintes palpites: *“O paralelogramos tem as laterais ‘tortinhas’, ‘emborcadas’, ‘deitadas’ tipo isso.”, “tem dois ângulos retos”, “Dois ângulos são retas paralelas”, “são deitados para a diagonal”, “paraleloquê?”.* Ficou evidenciado que os alunos desconhecem por completo o paralelogramo e suas propriedades.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 14.

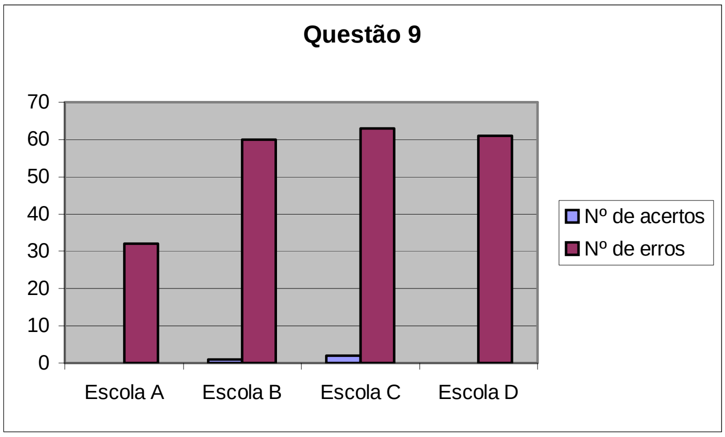


Figura 14– Questão 9
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tem o mesmo comprimento:

A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 10.

Tabela 15– Questão 10

Questão 10					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	2	5	1	2	10
Nº de erros	30	56	64	59	209

Fonte: Autoria própria, 2009.

Com base na analise, dos 219 alunos apenas 10 acertaram a questão quando desenharam uma figura com quatro lados com diagonais que não tinham o mesmo tamanho. Muitos alunos deixaram a questão em branco. Encontramos também pentágonos, hexágonos e triângulos desenhados, provavelmente por não reconhecerem o significado da palavra quadrilátero.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 15.

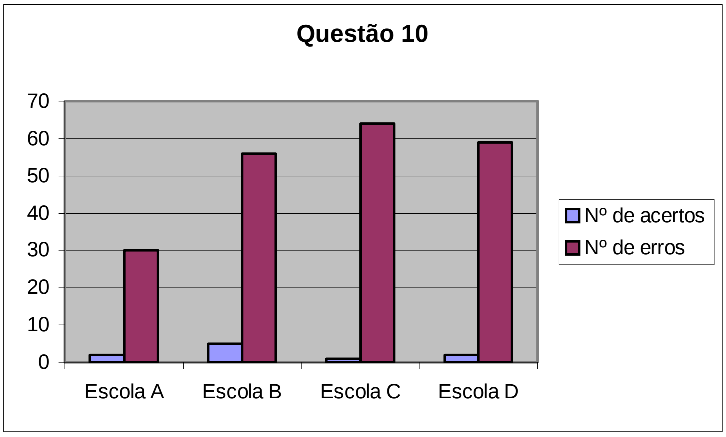


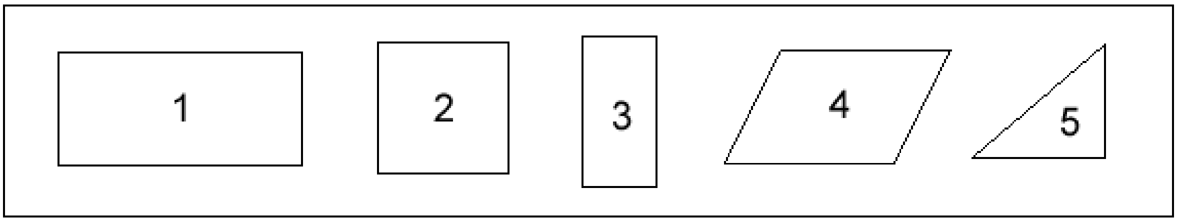
Figura 15– Questão 10
Fonte: Autoria própria, 2009.

4.3.3 Respostas dos alunos referente ao Nível 2

O terceiro bloco de questões procura avaliar as habilidade do nível 2 segundo o modelo de Van Hiele. Esse nível é caracterizado pela percepção de que uma propriedade pode decorrer de outra: argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.

Apresentamos, então, uma análise dos acertos e erros dos alunos às questões numeradas de 11 a 15.

Questão 11. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 11.

Tabela 16– Questão 11

Questão 11					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	0	0	0	0	0
Nº de erros	32	61	65	61	219

Fonte: Autoria própria, 2009.

Com a análise de dados foi constatado que 219 alunos erraram essa questão. Muitos marcaram apenas a figura 1 e 3. A questão requeria o conhecimento da inclusão de classes e ficou evidenciado que todos os alunos não sabem que o quadrado também é um retângulo.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 16.

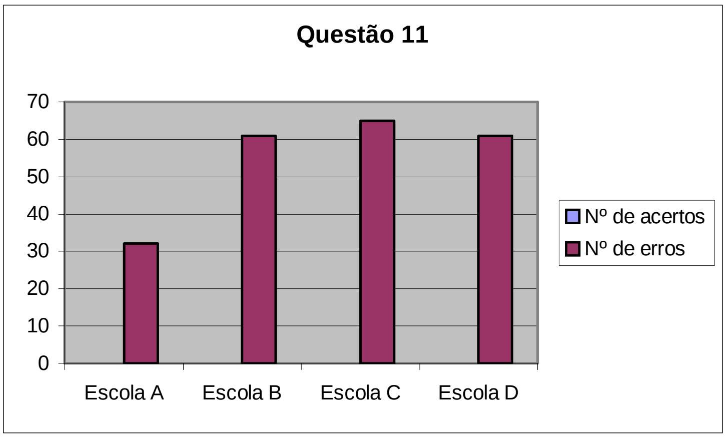


Figura 16– Questão 11
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 12. Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.:

a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? ______________________________

b) Porquê? ______________________________

c) Que tipo de quadrilátero é esse? ______________________________

A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 12.

Tabela 17– Questão 12

Questão 12					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	0	1	0	0	1
Nº de erros	32	60	65	61	218

Fonte: Autoria própria, 2009.

Apenas um aluno acertou essa questão com a resposta correta: “Não. Porque não tem os lados iguais. É um retângulo”. Todos os outros erraram essa questão repondendo, por exemplo: “Sim, é um quadrado porque os ângulos são iguais”, “Não porque quadrilátero não é de medidas iguais. É de um que tem diagonais iguais”, e muitos deixaram a questão totalmente em branco.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 17.

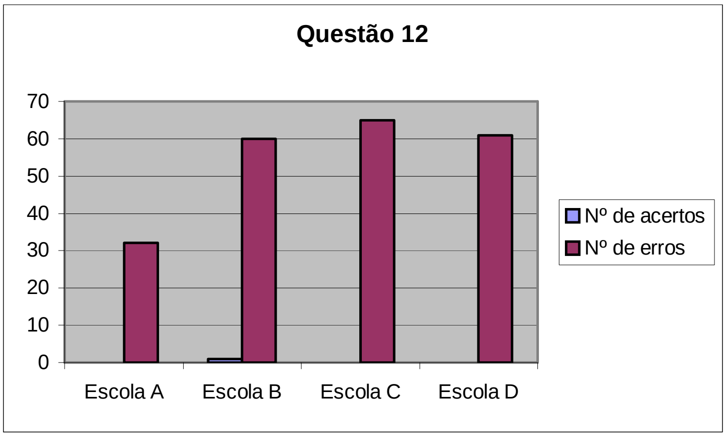


Figura 17– Questão 12
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 13. Pode-se afirmar que todo retângulo é um paralelogramo? Por quê?

A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 13.

Tabela 18– Questão 13

Questão 13					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	0	0	0	0	0
Nº de erros	32	61	65	61	219

Fonte: Autoria própria, 2009.

Nenhum aluno acertou essa questão. Apenas encontramos respostas, como por exemplo: *"Não, porque o paralelogramo é inclinado um pouquinho pro lado e o retângulo não", "Não, porque paralelogramos podem ser mais diferentes que retângulos", "Sim, é só inclinar para o lado", "Não, pois ele tem lados iguais e o retângulo não", "Não, paralelogramos são linhas paralelas, retângulo não!", "Não, um retângulo tem três lados".*

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 18.

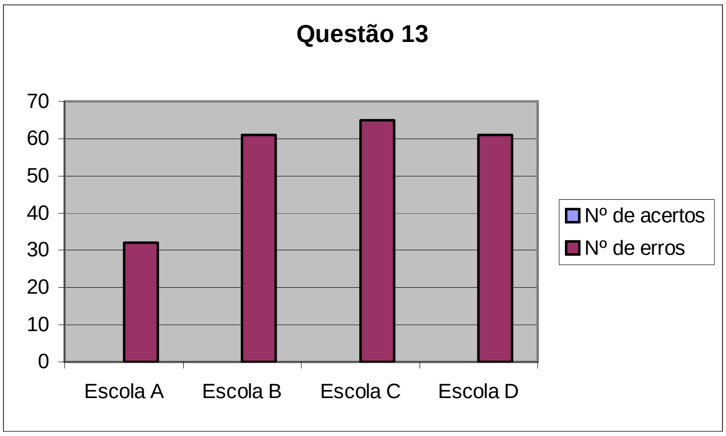


Figura 18– Questão 13
Fonte: Autoria própria, 2009.

Questão 14. Considere as afirmativas:

(I) A figura X é um retângulo.
(II) A figura X é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
d) I e II não podem ser ambas falsas.
e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 14.

Tabela 19– Questão 14

Questão 14					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	6	5	2	1	14
Nº de erros	26	56	63	60	205

Fonte: Autoria Própria, 2009.

Dos 219 alunos 14 acertaram essa questão marcando corretamente a opção c. Por outro lado, 205 alunos erraram essa questão. Essa questão exigia muito mais do que conhecimentos geométricos, exigia também habilidades verbal e lógica até mesmo para o entendimento do enunciado para os alunos. Porém por ser uma questão que não exige justificativa não podemos afirmar que os 14 alunos que acertaram, o fizeram de maneira consciente.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 19.

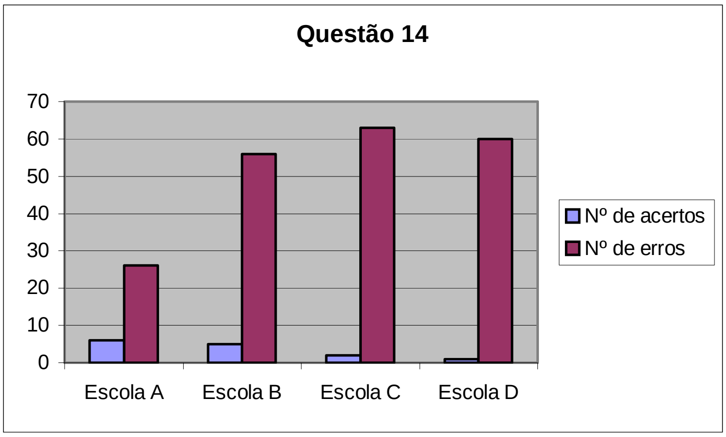


Figura 19– Questão 14
Fonte: Autoria Própria, 2009.

Questão 15. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

a) Qualquer propriedade dos quadrados também é válida para os retângulos.
b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 15.

Tabela 20– Questão 15

Questão 15					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de Alunos*
Nº de acertos	1	2	0	2	5
Nº de erros	31	59	65	59	214

Fonte: Autoria própria, 2009.

Apenas 5 alunos responderam corretamente essa questão marcando a opção c. Dos 219 alunos, 214 erraram essa questão. Consideramos que para os alunos essa questão tevê um grau alto de dificuldade, pois, os alunos desconhecem a inclusão de classes. A maioria deixou essa questão em branco.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 20.

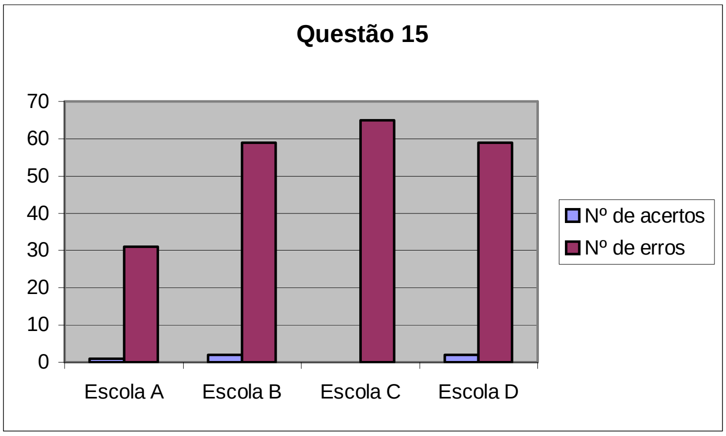


Figura 20– Questão 15
Fonte: Autoria própria, 2009.

Para finalizar a parte da análise individual de questões, apresentamos abaixo uma tabela com todos os índices de acertos e erros de cada questão do teste de Van Hiele.

Tabela 21– Acertos e Erros

	Acertos e Erros														
	Nível Básico					***Nível 1***					***Nível 2***				
	Q1	**Q2**	**Q3**	**Q4**	**Q5**	**Q6**	**Q7**	**Q8**	**Q9**	**Q10**	**Q11**	**Q12**	**Q13**	**Q14**	**Q15**
Nº de acertos	100	115	81	89	92	23	15	58	3	10	0	1	0	14	5
Nº de erros	119	104	138	130	127	196	204	161	216	209	219	218	219	205	214

Fonte: Autoria própria, 2009.

Para ilustrar o resultado, mostraremos abaixo o gráfico da tabela 21.

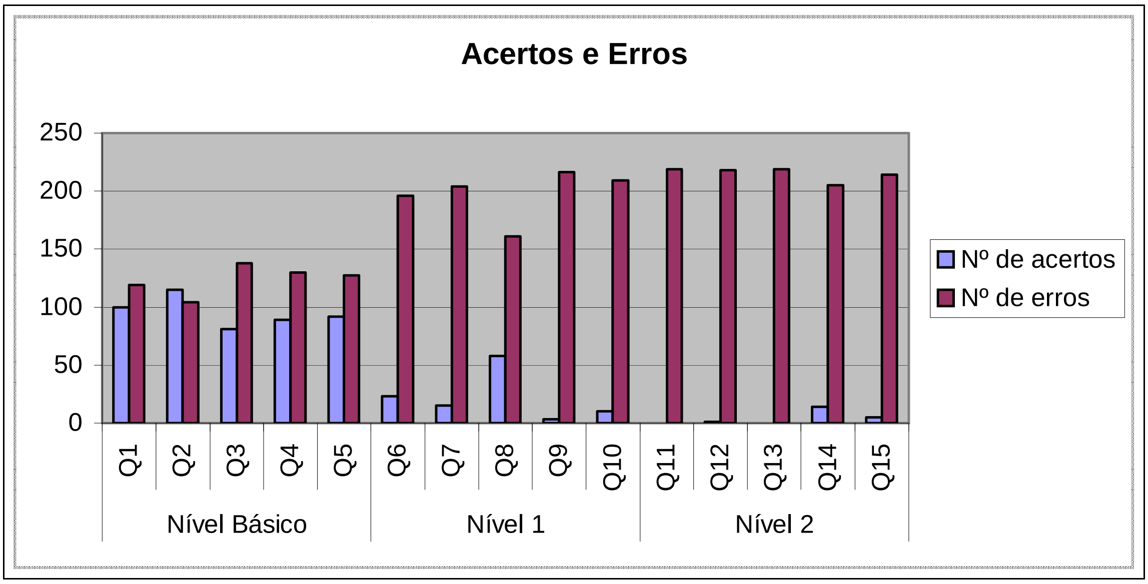


Figura 21– Acertos e Erros
Fonte: Autoria própria, 2009.

5 CONCLUSÃO

Em qual nível de van Hiele de pensamento geométrico estão os alunos ao final do Ensino Fundamental? Para encontrarmos a resposta da pergunta central da pesquisa, utilizamos um teste aos alunos baseado nos níveis de Van Hiele, de forma que nos foi possível detectar em qual nível estava cada um dos 219 alunos que participaram dessa pesquisa. Buscávamos, aplicando o teste, uma relação entre o nível de pensamento geométrico dos alunos com as concepções de Geometria de cada indivíduo.

O teste, produzido pelo Projeto Fundão (NASSER, 1997), nos deu indicações de que dos 219 alunos que participaram da pesquisa, 98 estão situados no nível básico. Consideramos esse resultado muito baixo. O nível básico refere-se a identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global, e esses conteúdos podem e devem ser trabalhados desde as séries iniciais. Segundo os PCN (1998), no bloco “espaço e forma”, tem-se como objetivo para séries iniciais a exploração do espaço, ou seja, o posicionamento da criança em seu ambiente, a comparação de objetos e a construção, a exploração e a representação de figuras geométricas.

Entretanto, com os resultados obtidos, tudo indica que a maior parte dos alunos da pesquisa não conhecem as figuras geométricas, tão pouco suas nomenclaturas, pois, dos 219 alunos, 120 sequer conseguiram responder corretamente as questões de 1 a 5 referentes ao nível básico. Um fator que nos chamou bastante atenção nas questões desse nível, foi que os alunos em sua maioria, identificam a nomenclatura das figuras apenas quando a visualizam na forma estática, como por exemplo, na questão 2 e 3 do teste de van Hiele, os alunos em geral apenas reconheceram como quadrado e retângulo as figuras cujos lados estão paralelos a folha de papel. Por isso, ressaltamos a importância de que os professores não devem ensinar geometria de maneira estática.

Portanto, quanto ao nível básico de Van Hiele são 120 alunos que não se enquadram em nenhum nível de Van Hiele, 120 alunos que não tiveram vivência nos conteúdos de Geometria em sua jornada escolar desde as séries iniciais até o presente momento no final do Ensino Fundamental. Dos 219 alunos, se enquadraram no nível básico 98 alunos.

Focalizando o nível 1 de Van Hiele, que requeria análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas, dos 219 alunos, apenas 1 aluno, foi situado no nível 1 de Van Hiele. Das cinco questões referentes ao nível 1, o sujeito acertou 3. Isso significa que grande parte dos alunos não sabem falar sobre as propriedades de uma figura, não conseguem expressar que, por exemplo, um retângulo tem 4 lados, 4 ângulos retos, lados opostos paralelos, etc.

O que se refere ao nível 2 de Van Hiele, foram questões que buscavam a percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra: argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas, e obtivemos como resposta ausência de alunos que atingiram o nível 2. Analisando todas as respostas, apenas 1 alunos mostrou indícios de saber que uma propriedade pode decorrer de outra e acreditamos que respondeu a questão instintivamente, pois, provavelmente o aluno jamais viu isso anteriormente.

Está constatado que, apesar de todo o movimento em Educação Matemática para com a Geometria, o ensino ainda é deixado a segundo plano, pelo menos nas escolas pesquisadas. Muito se diz: “Temos que trabalhar Geometria com nossos alunos”, mas na prática não está funcionando. A realidade hoje sobre o ensino da Geometria nessas 4 escolas é drástica, e isso revela que os professores de matemática trabalharam muito pouco geometria com seus alunos ou nunca trabalharam ao longo dos anos, talvez por falta de formação acadêmica dos professores, por falta de cobrança por parte pedagógica das escolas ou falta de vontade dos professores.

Acreditamos que deve haver discussões nas escolas sobre a importância da geometria e que os professores elaborem um planejamento coletivo para ensinarem suas turmas. Deve-se quebrar o preconceito que existe “Geometria é difícil e desnecessária”.

É necessário agora investir em atividades para progressão de níveis dos alunos dessa pesquisa. Sugerimos o livro, Geometria segundo a teoria de van Hiele, (NASSER, L. SANT’ANNA, N.F.P (coordenadoras). Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 1997.), que contém questões que trabalham de maneira eficaz o processo de avanço dos níveis de Van Hiele.

Terminamos esse trabalho registrando três perguntas que surgiram ao longo do processo de análise. Nossa intenção é que elas possam contribuir para futuros trabalhos que possam vir a completar o nosso:

- Como podemos ensinar geometria para que haja avanço no nível de pensamento geométrico?

- O uso de softwares de geometria dinâmica podem contribuir para o avanço de níveis?

- Existem relações entre o nível de Van Hiele de desenvolvimento de pensamento geométrico dos professores do Ensino Fundamental e suas concepções sobre o trabalho com a geometria em sala de aula?

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF,1998.

DUARTE, Adriana A. **A geometria no olhar de quem não vê**. Canoas: Unilasalle, Trabalho de Conclusão, 2008.

FANTINEL, Patrícia C. **Representações gráficas espaciais para o ensino de cálculo e álgebra linear**. Rio Claro: Unesp, Dissertação de Mestrado, 1998.

FILLOS, L.M. **O ensino da geometria**: depoimentos de professores que fizeram história. In: Encontro brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática,10. Belo Horizonte. FACULDADE DE EDUCAÇÃO, 2006, p.1-7.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas – SP: Autores associados, 2007. 2ed.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1988.

KUBICZEWSKI, Jóice. **Oficinas de dobradura para o ensino de geometria**. Educação Matemática em revista - RS, Rio Grande, nº 4, p.43-50, dezembro, 2002.

LEME DA SILVA, M.C.; OLIVEIRA, M.C.A.. **O ensino de geometria durante o movimento da matemática moderna no Brasil**: análise do arquivo pessoal de Sylvio Nepomuceno. In: Congresso Luso-brasileiro de História da Educação, 6. Uberlândia. Anais, 2006.

NASSER, L. TINOCO, L.A.A. **Argumentação e provas no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2001.

NASSER, L. SANT'ANNA, N.F.P (coordenadoras). **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 1997.

YIN, Roberto K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. Porto Alegre: Bookman, 2005. 3ed.

APÊNDICE A – CARTA DE APRESENTAÇÃO

UNILASALLE
CENTRO UNIVERSITÁRIO LA SALLE

CARTA DE APRESENTAÇÃO E EXPLANAÇÃO SOBRE O ESTUDO

Caro Senhor(a), representante da Instituição de Ensino:

Eu, Evandro Cardoso Sant'Ana graduando do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Universitário La Salle (Unilasalle), venho por meio desta carta apresentar minha intenção de realizar minha pesquisa de trabalho de conclusão de curso; cujo o tema é "Geometria segundo o modelo de Van Hiele: uma análise do nível do pensamento geométrico dos alunos ao final do Ensino Fundamental", que está sob orientação da Professora Rute Henrique da Silva Ferreira; na sua Instituição. O objetivo do trabalho consiste em investigar em qual nível de Van Hiele de pensamento geométrico estão os alunos ao final do Ensino Fundamental.

Para o estudo gostaria de contar com a participação das 8º séries da presente escola. Os alunos deverão participar individualmente na realização de um teste contendo 15 questões sobre Geometria Plana. O teste será combinado com o professor de matemática, da instituição em horário que ele achar de melhor realização.

Assim peço sua contribuição me autorizando a realizar meu estudo em sua Instituição de Ensino.

Atenciosamente,

______________________________	______________________________
Rute Henrique da Silva Ferreira (Orientadora do pesquisador)	Evandro Cardoso Sant'Ana

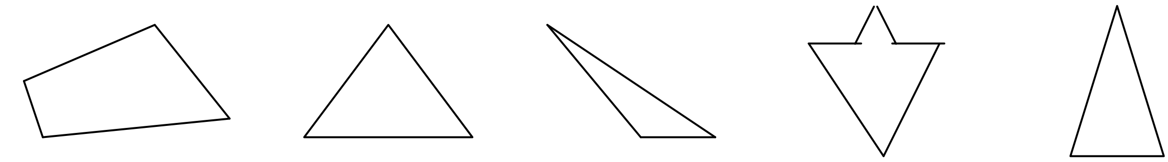
CONCORDO E AUTORIZO A PESQUISA DESTE ESTUDO NA ESCOLA DESCRITA ABAIXO:

______________________________	______________________________
Representante legal da Instituição	Nome da Instituição de Ensino e carimbo da escola.

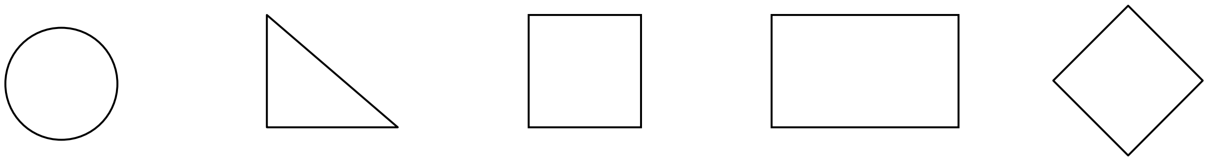
ANEXO A – TESTE DE VAN HIELE

TESTE DE VAN HIELE

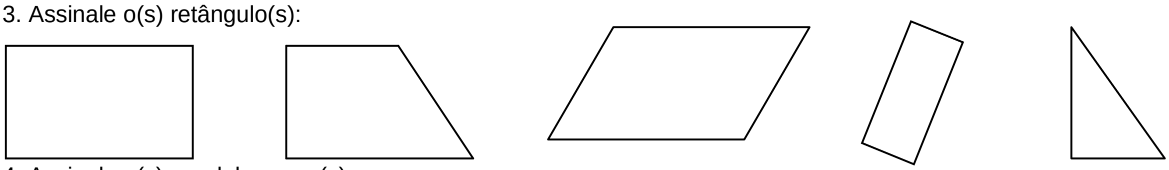
1. Assinale o(s) triângulo(s):



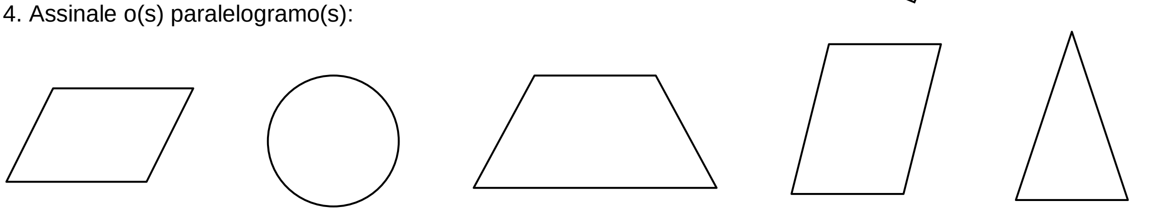
2. Assinale o(s) quadrado(s):



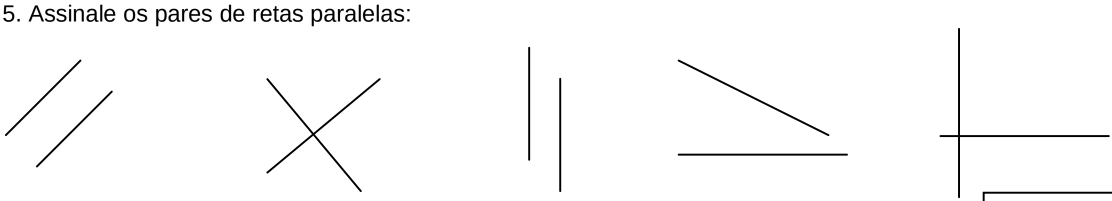
3. Assinale o(s) retângulo(s):



4. Assinale o(s) paralelogramo(s):



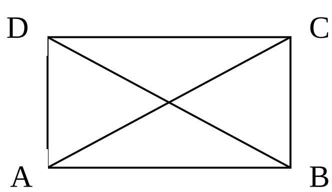
5. Assinale os pares de retas paralelas:



Básico: S N

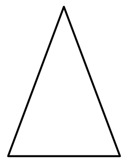
6. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas diagonais.
Assinale a(s) alternativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

a) Têm 4 ângulos retos.
b) Têm lados opostos paralelos.
c) Têm diagonais do mesmo comprimento.
d) Têm os quatro lados iguais.
e) Todas são verdadeiras.



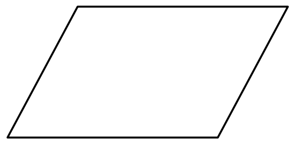
7. Dê três propriedades dos quadrados:
1. ______________________________
2. ______________________________
3. ______________________________

8. Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:



a) Pelo menos um dos ângulos mede 60°.
b) Um dos ângulos mede 90°.
c) Dois ângulos têm a mesma medida.
d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

9. Dê três propriedades dos paralelogramos:

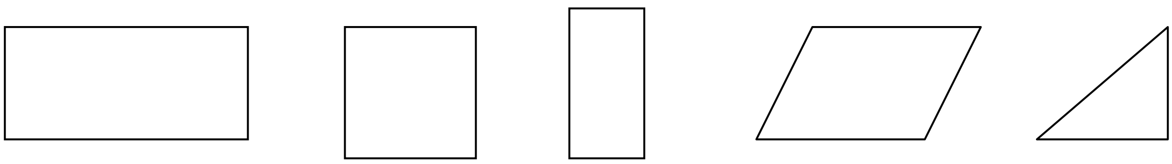


1. ______________________________
2. ______________________________
3. ______________________________

10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Nível 1: S N

11. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:



12. Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.
a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? ______________________________
b) Por quê? ______________________________
____
c) Que tipo de quadrilátero é ABCD? ______________________________

13. Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo? ______________________________

Por quê? ______________________________
____

14. Considere as afirmativas:
(I) A figura X é um retângulo.
(II) A figura X é um triângulo.
Assinale a afirmativa verdadeira:
a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
d) I e II não podem ser ambas falsas.
e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

15. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:
a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Nível 2:	S N