



**UNILASALLE**  
CENTRO UNIVERSITÁRIO LA SALLE



JÓICE DALCIN

**O USO DO ÁBACO COMO RECURSO NA PRODUÇÃO DE  
SIGNIFICADOS PARA O CONCEITO DE DIVISÃO NA EDUCAÇÃO  
DE JOVENS E ADULTOS**

CANOAS, 2009

JÓICE DALCIN

**O USO DO ÁBACO COMO RECURSO NA PRODUÇÃO DE  
SIGNIFICADOS PARA O CONCEITO DE DIVISÃO NA EDUCAÇÃO  
DE JOVENS E ADULTOS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à banca examinadora do curso de Licenciatura em Matemática no Centro Universitário La Salle, como exigência parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática, sob orientação da Prof<sup>a</sup>. Ms. Rute Henrique da Silva Ferreira.

CANOAS, 2009

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

JÓICE DALCIN

### **O USO DO ÁBACO COMO RECURSO NA PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA O CONCEITO DE DIVISÃO NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

Trabalho de conclusão aprovado como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática do Centro Universitário La Salle – Unilasalle, pela avaliadora:

---

Prof<sup>a</sup>. Rute Henrique da Silva Ferreira  
Unilasalle

Canoas, 07 de julho de 2009

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, **Cirilo e Celina Dalcin**, que sempre estiveram ao meu lado, me apoiando e me incentivando em todas as minhas decisões e conquistas.

Aos meus irmãos, **Andréia e Éverton**, pela ajuda prestada nos momentos que precisei e por acreditarem em mim.

À memória a minha “nonna” **Generosa Thums**, pelas orações e palavras de conforto nos momentos mais difíceis.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço...

... a **Deus**, por estar sempre ao meu lado, ainda que muitas vezes eu o tenha esquecido, apoiando-me e ajudando-me a vencer a etapa mais importante da minha vida.

... à minha orientadora e professora **Rute Henrique da Silva Ferreira**, pelos seus ensinamentos, paciência e dedicação colaboraram em minha maior conquista. A você, meu muito obrigado!

...à professora **Patrícia da Conceição Fantinel**, que com sua sensibilidade de educadora ajudou na escolha do tema de minha pesquisa.

... aos **meus professores**, que me auxiliaram com toda sua experiência, dedicação e carinho.

... ao coordenador do curso, **Carlos Venhofen Flores**, pelo seu esforço em contribuir e motivar durante esta caminhada.

...às minhas tias **Ir. Lúcia e Maria Teresa Thums**, por auxiliarem na construção dos ábacos utilizados na minha pesquisa.

...à minha madrinha **Gema Maria Thums**, por estar sempre presente dando carinho, atenção e motivação.

... ao **Centro Universitário La Salle**, pelos serviços prestados sempre em nome de uma formação sólida e cristã.

... aos **meus amigos e colegas**, que partilharam comigo angústias e alegrias.

... ao meu colega **Evandro San'Ana**, pelo apoio dado relatando os encontros da minha pesquisa.

... à minha colega **Ana Paula Freitas Ewald**, pelas horas de estudo e apoio durante o curso.

... à minha amiga **Eliane Maria Pansera**, pelo seu apoio e palavras de motivação quando mais precisei.

## **RESUMO**

Esta pesquisa tem a finalidade de propor uma nova metodologia de ensino no estudo das quatro operações na educação de jovens e adultos. Tendo em vista que a primeira operação matemática que o homem tem contato em seu cotidiano é a divisão, partimos desse princípio acreditando que o estudo das quatro operações deve iniciar com a divisão. A pesquisa deu início trabalhando as diferentes formas de registro vivenciadas pelos alunos, utilizando dos dedos para estabelecimento da base decimal da forma comum, após foi representado individualmente o sistema comum e introduzindo os símbolos numéricos e por fim reproduziu-se o significado da divisão. Nossa ferramenta de trabalho foi o ábaco, instrumento que utiliza a representação numérica idêntica ao do nosso sistema de numeração, o que facilita na compreensão tanto do valor absoluto quanto o numérico, dando um passo que liga o cálculo mental ao cálculo escrito, ou seja, o algoritmo. Através de levantamentos feitos com diários de classes, exercícios impressos e imagens faremos a análise geral dos dados que vai nos orientar de forma conclusiva a viabilidade da nova proposta ser adotada nos currículos escolares.

Palavras Chaves: Divisão. Jovens e Adultos. Ábaco e Nova Metodologia.

## **ABSTRACT**

Our research is a case study with the aim of proposing a new methodology for the four operations teaching in adults and teens education, starting with division. The research started working the different recording ways lived by students, using the fingers for the establishment of the decimal base in it's commom form, then it was represented individually the commom system and introduced the numeric symbols and, at last, it was reproduced the meaning of division. Our working tool was the abacus, an instrument that uses an identical numeric representation to our numeration system, turning the comprehension of absolute and numeral values easier, taking a step that links mental calculation to writing calculation, i.e., the algorithm. Based on classes journals, exercises and images we did the general data analysis that hints our proposal viability in being adopted in school curricula.

Keywords: Division. Young and Adults. Abacus and New Methodology.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Desenho do ábaco.....	22
<b>Figura 2:</b> Desenho de um ábaco representando o n° 1345.....	24
<b>Figura 3:</b> Desenho de um ábaco representando o n° 1305.....	24
<b>Figura 4:</b> Desenho de um ábaco representando o n° 1045.....	25
<b>Figura 5:</b> Desenho de um ábaco representando o n° 345.....	25
<b>Figura 6:</b> Desenho de um conjunto de ábacos para efetuar a divisão.....	26
<b>Figura 7:</b> Desenho de um conjunto de ábacos para efetuar a divisão do n° 2846 em 2 parcelas iguais.....	27
<b>Figura 8:</b> Desenho de um conjunto de ábacos para efetuar a divisão do n° 526 em 2 parcelas iguais.....	29
<b>Figura 9:</b> Alunos representando 2 unidades.....	33
<b>Figura 10:</b> Alunos representando 8 unidades.....	34
<b>Figura 11:</b> Professora representando 10 unidades que equivalem a 1 dezena.	34
<b>Figura 12:</b> Aluno do centro representando o n° 1 no ábaco.....	36
<b>Figura 13:</b> Aluno colocando as bolas amarelas da unidade na casa da dezena	37
<b>Figura 14:</b> Imagem da turma representando o n° 20 no ábaco.....	38
<b>Figura 15:</b> Imagem de alunos representando o n° 122.....	38
<b>Figura 16:</b> Imagem de alunos representando o n° 6482.....	40
<b>Figura 17:</b> Imagens de alunos apresentando a divisão do n° 6482 em 2 parcelas iguais.....	40
<b>Figura 18:</b> Imagens de alunos finalizando a divisão do n° 332 em 2 parcelas iguais.....	42
<b>Figura 19:</b> Imagens de alunos dividindo o n° 526 em 2 parcelas iguais.....	44
<b>Figura 20:</b> Imagens de alunos ajustando os valores no ábaco para efetuar a divisão do n° 526 em 2 parcelas iguais.....	44
<b>Figura 21:</b> Imagem da divisão do n° 526 em 2 parcelas iguais feita no ábaco de papel pelo aluno C.....	45
<b>Figura 22:</b> Imagem da professora iniciando a representação da divisão do n° 526 em 2 parcelas iguais.....	47

<b>Figura 23:</b> Imagem da divisão do nº 526 em 2 parcelas iguais feita pela professora.....	47
<b>Figura 24:</b> Imagem da divisão do nº 526 em 2 parcelas iguais feita pela professora.....	48
<b>Figura 25:</b> Imagem do algoritmo da divisão do nº 526 em 2 parcelas iguais feita pela professora.....	48
<b>Figura 26:</b> Imagem da divisão do nº 642 em 3 parcelas iguais feita no ábaco de papel e do algoritmo da divisão do nº574 em 2 parcelas iguais feita pelo aluno B.....	49
<b>Figura 27:</b> Imagem do aluno E iniciando as atividades no exercício 2.....	50
<b>Figura 28:</b> Imagem dos alunos B e D efetuando a divisão do nº 642 em 2 parcelas iguais no ábaco.....	51
<b>Figura 29:</b> Imagem da divisão do nº 510 em 5 parcelas iguais feita no ábaco de papel e do algoritmo da divisão do nº 1500 em 100 parcelas iguais feita pelo aluno F.....	52
<b>Figura 30:</b> Imagem do aluno F efetuando o algoritmo da divisão e sua operação inversa.....	53
<b>Figura 31:</b> Imagem dos alunos A e F concluindo a divisão no ábaco do nº 510 em 5 parcelas iguais.....	53
<b>Figura 32:</b> Imagem da divisão do nº 1000 em 10 parcelas iguais feita no ábaco de papel e do algoritmo da divisão do nº 732 em 3 parcelas iguais feita pelo aluno D.....	54
<b>Figura 33:</b> Imagem dos alunos B e D tentando representar no ábaco o nº 1000.....	55
<b>Figura 34:</b> Imagem dos alunos A e F tentando representar no ábaco o nº 1000.....	55

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1:</b> Planilha de frequência.....	32
<b>Tabela 2:</b> Resultado do último exercício do quarto encontro.....	57
<b>Tabela 3:</b> Número de acerto na divisão utilizando o algoritmo e o ábaco de papel.....	58
<b>Tabela 4:</b> Média de desempenho de cada aluno.....	59

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	10
<b>2 METODOLOGIA DE PESQUISA</b> .....	13
<b>2.1 Estudo De Caso</b> .....	13
<b>2.2 Etapas Da Pesquisa</b> .....	14
<b>2.3 Coleta De Dados</b> .....	15
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO</b> .....	16
<b>4 O TRABALHO DE CAMPO</b> .....	20
<b>5 ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	31
<b>5.1 Contextualização Dos Encontros</b> .....	31
<b>5.2 Relatos Dos Encontros</b> .....	32
5.2.1 O 1º Encontro .....	32
5.2.2 O 2º Encontro .....	36
5.2.3 O 3º Encontro .....	40
5.2.4 O 4º Encontro .....	42
5.2.5 O 5º Encontro .....	46
<b>5.3 Análise Geral Dos Dados</b> .....	56
<b>6 CONCLUSÃO</b> .....	60
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	62
APÊNDICE A – Questionário de pré-seleção .....	63
APÊNDICE B – Termo de compromisso .....	65
APÊNDICE C – Exercício de divisão do nº 526 em 2 parcelas iguais .....	67
APÊNDICE D – Exercícios de divisão .....	68

## 1 INTRODUÇÃO

Durante nossa caminhada no curso de graduação em Matemática – Licenciatura - mais precisamente nas disciplinas de Estágio Supervisionado, quando trabalhamos na Educação de Jovens e Adultos - percebemos que o ensino tradicional não se apresenta eficaz, ou seja, são necessários pesquisas e projetos que anseiem mudanças qualitativas.

Este trabalho busca uma nova proposta para o ensino-aprendizagem do conteúdo das operações matemáticas.

Dessa forma, tentaremos oferecer um novo aspecto na produção de significado para o conceito de divisão na Educação de Jovens e Adultos: inicialmente colocar em prática o estudo da divisão, antecedendo as demais operações, utilizando como ferramenta fundamental, o ábaco.

Portanto nossa pergunta diretriz é: É possível introduzir o conceito de divisão, com o auxílio do ábaco, em uma turma de matemática para jovens e adultos antes do trabalho formal com as outras operações?

Atualmente no âmbito da Educação Matemática muito tem sido discutido que se deve ensinar a pensar e não somente a memorizar; enfatiza-se uma discussão da validade da lógica rígida dos conteúdos das disciplinas escolares.

Segundo os PCN`s (1998) é importante levar em conta o conhecimento prévio dos alunos na construção de significados.

Na maioria das vezes, subestimamos os conceitos desenvolvidos no decorrer das vivências práticas dos alunos, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para um tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdos proveniente da experiência pessoal. (p.23)

A partir desses questionamentos e nas reflexões sobre os trabalhos desenvolvidos pelo GEEMPA<sup>1</sup>, conclui-se que a escola é necessária para o acesso a instrumentos de raciocínio fortes e eficazes nos problemas que a vida nos apresenta.

O estudo da matemática muitas vezes é visto de forma abstrata pelos alunos, que não conseguem fazer relações com seu cotidiano, dificultando o processo de ensino-aprendizagem. Neste momento cabe ao professor utilizar de materiais concretos, juntamente com a história para possibilitar a construção deste conhecimento. Com esta perspectiva, os PCN's (1998) ressaltam que é possível o aluno perceber sua evolução e constatar sua presença na atualidade.

Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas. O aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. Desse modo, será possível entender as razões que levam alguns povos a respeitar e conviver com práticas antigas de calcular, como o uso do ábaco, ao lado dos computadores de última geração. (p.42)

De acordo com o professor Duarte (2001);"O ábaco força-os a trabalharem tanto com o valor absoluto quanto com o valor relativo, dando um passo que liga o seu cálculo mental ao cálculo escrito" (p.127).

Acreditamos que o processo de ensino-aprendizagem pode ser desenvolvido de forma a utilizar da combinação do cálculo mental, do estudo formal, das experiências dos alunos e o uso do material concreto. Com estas ferramentas é possível que o sujeito desenvolva seu processo de recriação do conhecimento e o uso adequado que tem feito dele para resolver seus desafios; nesta perspectiva o aluno também será capaz de tornar-se sujeito do seu aprendizado sistemático, superando por incorporação seu processo de aprendizagem anterior.

Assim este trabalho foi organizado da seguinte forma:

- a) No segundo capítulo falaremos sobre a metodologia da pesquisa, que se trata de um estudo de caso, seguindo com as etapas da pesquisa e a coleta de dados;
- b) No terceiro capítulo apresentaremos nossa fundamentação teórica;
- c) No quarto capítulo mostraremos as etapas do trabalho de campo;

---

<sup>1</sup> GEEMPA é um Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação.

- d) No quinto capítulo faremos a análise dos dados, contextualizando e relatando cada encontro;
- e) E por fim exibiremos uma análise geral dos dados.

## **2 METODOLOGIA DE PESQUISA**

A metodologia de pesquisa que utilizamos é o estudo de caso que segundo Stake (1995) apud André (2005, pg.18) “é o estudo da particularidade e da complexidade de um caso singular, levando a entender sua atividade dentro de importantes circunstâncias”.

### **2.1 Estudo de Caso**

O estudo de caso utilizado será do tipo Etnográfico<sup>2</sup> que em educação é empregado quando:

- a) Há interesse em conhecer uma instância em particular;
- b) Pretende-se compreender profundamente essa instância particular em sua complexidade e totalidade;
- c) Busca-se retratar o dinamismo de uma situação numa forma muito próxima do seu acontecer natural.

Por se tratar de um estudo de caso<sup>3</sup>, a análise do projeto é feita a partir dos encontros de trabalho, com gravações dos diálogos e com diários de classe assistidos e redigidos por um observador.

Muitas propostas metodológicas de ensino de matemática para Jovens e Adultos privilegiam a compreensão do conceito, ou a compreensão do domínio da técnica operatória. Na realidade o domínio da técnica operatória é uma habilidade puramente mecânica, só se realiza na plenitude quando for fruto de um processo onde for estabelecida uma interação entre a compreensão e o treino.

---

<sup>2</sup> O estudo de caso Etnográfico é um estudo voltado para uma instância particular, seja uma pessoa, uma instituição, um programa inovador, um grupo social (ANDRÉ, 2005, pg.24).

<sup>3</sup> Estudo de caso adaptado de DUARTE, Newton. O ensino da matemática na educação de adultos, 2001.

Portanto este trabalho visa à compreensão do conceito da operação da divisão através do domínio da técnica operatória, utilizando do cálculo mental e do artifício do ábaco como ferramenta de trabalho na produção de significados. Esta é uma prática pedagógica dirigida intencionalmente ao educando para que ele possa reproduzir condensadamente a evolução da matemática, recriando o conhecimento matemático “para si”.

## 2.2 Etapas da Pesquisa

A fim de responder nossa pergunta diretriz: “É possível introduzir o conceito de divisão, com o auxílio do ábaco, para jovens e adultos antes do trabalho formal com as outras operações?” distribuímos a pesquisa da seguinte forma:

- a) Delimitação do tema;
- b) Escolha dos sujeitos da pesquisa;
- c) Busca de referencial teórico;
- d) Pesquisa de campo;
- e) Análise dos dados.

O trabalho de campo foi desenvolvido em duas fases; a primeira de recriar o conhecimento do sistema de numeração e de reproduzir o significado da divisão, e a segunda de análise dos dados.

Utilizamos o processo de sistematização e análise das informações seguindo o eixo da Modalidade de Análise de Conteúdo<sup>4</sup>. Para que esta análise seja bem sucedida Fiorentini (2007) sugere utilizar alguns critérios:

A análise de conteúdo, portanto, exige a utilização de critérios claramente definidos sobre registros fornecidos pelas pessoas interrogadas; tais critérios consideram as palavras utilizadas nas respostas, as idéias ou opiniões expressas e as interpretações e justificativas apresentadas. Para tanto, todos os registros devem ser atentamente lidos, vistos e revistos a fim de efetuar-se um levantamento das principais informações neles contidas. Em seguida, elas devem ser organizadas em categorias. (pg.137)

---

<sup>4</sup> A análise de conteúdo surgiu no início do século XX nos Estados Unidos, tem como principal função descobrir o que está por trás de uma mensagem, de uma comunicação, de uma fala, de um texto, de uma prática (FIORENTINI, pg. 137).

A partir das notas, registros e gravações será realizada uma sistematização e análise dos dados, a fim de verificar a viabilidade do projeto nos currículos escolares na Educação de Jovens e Adultos.

### **2.3 Coleta de Dados**

Nosso trabalho foi desenvolvido no primeiro semestre do ano de 2009 em uma turma de 5ª série (6º Ano) do Ensino Fundamental na modalidade EJA na escola Estadual de Ensino Fundamental Augusto Severo no município de Canoas.

Os alunos foram pré-selecionados para a execução do trabalho por meio do questionário (Ver APÊNDICE A).

Após a realização do questionário selecionamos o grupo que fez parte do projeto buscando as seguintes características:

- a) Ter idade igual ou superior a 18 anos;
- b) Estar cursando ou ter concluído as séries iniciais do Ensino Fundamental;
- c) Já ter criado alguma forma de registro<sup>5</sup> vivenciada de acordo com as necessidades de seu trabalho.
- d) Ter disponível 4 horas semanais para participar das atividades do projeto.

Todos os alunos classificados que aceitaram participar do projeto preencheram um termo de compromisso (Ver APÊNDICE B), onde consta a proposta do trabalho e a afirmação de seu comprometimento na participação e execução das atividades.

---

<sup>5</sup> A forma de registro citada se refere ao material (riscos no papel, pedras, dedos,...) utilizado durante uma contagem que auxiliasse no não esquecimento do resultado final.

### **3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

A origem da base decimal do nosso sistema de numeração se deu na utilização dos dedos das mãos no processo de contagem, sua evolução iniciou a partir da necessidade de se representar algo que fosse maior do que dez, onde começaram a surgir os registros. Por exemplo: quando o indivíduo estivesse contando os animais de rebanho, levantava um dedo seu para cada animal; quando chegasse a dez dedos levantados, fazia um risco no chão, ou colocava uma pedra em algum lugar, sendo que cada uma dessas marcas correspondia a dez dedos. Desta forma se estabeleceu a relação de correspondência de um-para-dez, que é base do sistema de numeração utilizada em nossa sociedade (DUARTE, 2001).

Antes de surgir o sistema de numeração, os homens faziam cálculos com um instrumento chamado Ábaco, ou seja, a escrita numérica apenas servia para registros e não para cálculos.

Mais tarde os hindus criaram um sistema de numeração onde pudessem não só registrar, mas também calcular. Foram muitas as suas contribuições, porém as de maior importância foram a utilização de um símbolo que representasse a ausência de algo, que hoje chamamos de zero, e a noção de valor posicional. No ábaco a coluna vazia significa o zero e o número representado depende de seu valor posicional (IMENES, 2001).

Atualmente nosso sistema de numeração difere do hindu-arábico apenas no formato dos números. Foi de extrema importância a criação do sistema de numeração, hoje é facilmente possível realizar cálculos por escrito com rapidez e eficiência (DUARTE, 2001).

Porém a evolução da escrita matemática e os recursos tecnológicos fazem com que, muitas vezes não sejam mais desenvolvidos cálculos mentalmente; esta é uma grande preocupação dos educadores. Embora, mesmo com todas as

ferramentas necessárias à disposição não se constroi um pensamento lógico na resolução de problemas do cotidiano (Grossi, 2000).

Parte dessa herança veio após a Revolução Industrial onde o ensino tecnicista tomou força, alterando os currículos escolares: os conteúdos de geometria foram substituídos por álgebra; a tabuada e o cálculo mental deixaram de ser cobrados com rigor. Porém esta visão já está mudando novamente, observamos nos PCN's (1998) que:

No mundo atual saber fazer cálculos com lápis e papel é uma competência de importância relativa e que deve conviver com outras modalidades de cálculo, como o cálculo mental, as estimativas e o cálculo produzido pelas calculadoras, portanto, não se pode privar as pessoas de um conhecimento que é útil em suas vidas. (p.45)

Na Educação de Jovens e Adultos percebe-se esta realidade. Muitos vêm de uma educação tradicional desenvolvida anos atrás, outros aprenderam esta habilidade do cálculo mental através de suas experiências vividas. Ambos com rapidez e precisão. Suas dificuldades começam a surgir apenas quando trabalham números ou muito pequenos ou muito grandes acompanhados de problemas do cotidiano.

Analisando a proposta curricular, do 1º segmento do ensino fundamental na educação de jovens e adultos, é possível observar que os alunos apresentam certas dificuldades em aprender esses conteúdos, certamente porque as regras que caracterizam o sistema decimal de numeração são bastante complexas. Por isso o MEC (2001) sugere:

As atividades que exploram o ábaco podem favorecer a compreensão da característica posicional dessa escrita, possibilitando aos alunos compreenderem e utilizarem os procedimentos de comparação, ordenação e arredondamento com números maiores. (p.113)

O Ministério da Educação inclusive indica como prática educativa as sequências de exercícios utilizados pelo professor Newton Duarte com o auxílio do ábaco em seu livro "O Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adulto", o qual ajudou a conduzir o nosso trabalho de pesquisa.

Tendo em vista tais dificuldades, esta pesquisa propõe trabalhar eficientemente tais conhecimentos, ou seja, saber o momento oportuno de utilizar o cálculo mental e o cálculo com algoritmos escritos. Segundo o professor Duarte (2001) o sujeito deve recriar seu próprio conhecimento:

Não se trata de agir como se esse conhecimento estivesse sendo criado “em si”, agora, pelos educandos, como seria a proposta escolanovista, nem de apenas “dar” a eles o conhecimento já criado, como seria a proposta tradicional, mas de organizar as condições para que eles possam recriar esse conhecimento “para si”. (p.18)

A prática educativa-progressista também ressalta que ensinar não é transmitir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua construção. Um dos questionamentos de Paulo Freire (1996) era exatamente voltado à esta perspectiva:

Por que não estabelecer uma “intimidade” entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduo?(p.30)

A valorização dos conceitos previamente adquiridos pelos educandos é de extrema importância no processo de ensino aprendizagem, contribui para que o aluno perceba que todo o seu conhecimento não formal está, de alguma forma, presente no desenvolvimento matemática, embora muitas vezes a sociedade não o reconheça como tal.

Os conceitos matemáticos, do ponto de vista psicológico demonstrados por Verghaud (1990-1993) não estão isolados, mas organizados em campos conceituais. Um destes campos conceituais refere-se ao das estruturas multiplicativas, ou seja, diz respeito à variedade de situações e problemas que envolvem o uso da multiplicação ou da divisão ou uma combinação de ambas. Segundo ele, o raciocínio multiplicativo da criança pode se basear em conhecimentos espontâneos ou intuitivos que se distanciam dos procedimentos escolares, envolvendo estimativas e comparações simples. Estas estratégias envolvem competências diversas, e são essenciais para se compreender o desenvolvimento do raciocínio da criança.

A partir destas análises os autores concordam que, independente de se tratar de ensino regular ou educação de jovens e adultos, é necessário, durante o processo de ensino-aprendizagem, a valorização das experiências, intuições e conhecimentos dos educandos para que o indivíduo recrie seu próprio conhecimento (FREIRE, 1996).

Segundo pesquisas feitas pelo Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação (GEEMPA), o primeiro problema aritmético que

uma criança vive é do ter que dividir as balas com amigos e irmãos. Segundo a professora, e uma das fundadoras do GEEMPA, Dra. Esther Pillar Grossi (2000):

No tocante às operações aritméticas é mutilador e falso terem como centro das primeiras lições escolares a adição. Isto porque há já evidências em muitos estudos de que a primeira operação que realmente faz sentido e problema às crianças é a divisão. (p.72).

Portanto, nossa pesquisa busca motivar educadores na busca de um novo jeito de ensinar matemática; confirmando que só se ensina quem aprende, e que aprendemos mergulhados em todos os elementos que envolvem o conceito a ser aprendido, e não simplesmente numa ordem linear, do simples para o complexo.

## **4 O TRABALHO DE CAMPO**

O trabalho de campo foi subdividido em cinco etapas (encontros) para uma melhor compreensão do educando.

**Etapa 1: Levantamento das formas de registro criadas pelos educandos, utilização dos dedos para estabelecimento da base decimal da forma comum de registro e representação individual utilizando o sistema comum.**

A professora iniciou o trabalho apresentando dois exemplos de formas de registro.

Exemplo 1: Carlos trabalhava em uma fazenda. Contava pés de café. Retirava um grão de cada pé e no final contava os grãos.

Exemplo 2: Eduardo trabalha no setor de obras da UFSCar. Trabalha com a betoneira. Ao final do dia precisa saber quantos sacos de cimento gastou. Gasta dois sacos a cada “betoneira”, que registra com uma pedrinha. No final do dia, multiplica o número de pedras por dois.

Em seguida foi provocada uma discussão onde os educandos deveriam apresentar as formas de registro que cada um havia criado em sua vida, de acordo com as necessidades de seu trabalho.

Após seus relatos, foi feita uma análise das vantagens e limites das diferentes formas de registro apresentadas. Além das desvantagens, será discutido o seguinte problema: cada uma das formas de registro tem sua utilidade para a pessoa que a utiliza mas, não havendo uma forma comum de registro, fica impossível a comunicação através dos registros utilizados. Esta discussão colocou a questão histórica da necessidade de sistematização de formas comuns de expressão e de

registro, e o fato da escrita matemática ser uma linguagem compreendida pelas mais variadas nações.

Foi proposta aos educandos uma forma comum de registro: os dedos das mãos; na matemática é muito importante utilizar este instrumento.

Neste momento foi feito um exercício de contagem. Foram colocados em quatro sacos 10 (dez) bolas de isopor com cores diferentes, que mais tarde cada bola com cores distintas iria definir o valor posicional dos algarismos.

A cada bola de isopor retirada do saco um aluno erguia um dedo, quando ele chegasse a dez dedos levantados um outro aluno erguia um dedo, que corresponderia aos dez do primeiro; procedimento análogo foi adotado quando o segundo aluno chegou também a dez dedos levantados.

Para exercitar essa forma de registro foram propostos vários exercícios como, por exemplo: foi solicitado ao primeiro aluno que levante cinco dedos; ao segundo, quatro dedos; ao terceiro, três. Então foi solicitado aos alunos o número que estava ali representado ( $300 + 40 + 5$ ).

Cada educando teve que representar sobre a mesa, com as bolas de isopor, aquilo que os três educandos estavam representando com os dedos no passo anterior. Foi solicitado que adotassem uma ordem de disposição dos montes, de acordo com a ordem pela qual falamos o número trezentos e quarenta e cinco.

A vantagem de se colocar nessa ordem é que essa é a disposição de escrita dos números em nosso sistema de numeração.

Foi discutida a vantagem para o grande grupo dessa forma de registro:

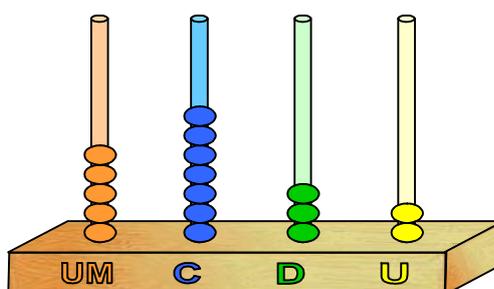
- a) Possibilita a comunicação por ser uma forma comum a todos;
- b) Utiliza um número relativamente pequeno de miçangas para representar grandes quantidades;
- c) A probabilidade de se perder a conta é bem reduzida e não se guarda nenhuma quantidade na memória, pois tudo fica registrado.

## Etapa 2: Introdução dos símbolos numéricos.

A compreensão dos algoritmos das quatro operações básicas depende da compreensão dos princípios do sistema de numeração. Não basta apenas saber escrever os números, é preciso que essa escrita seja a exteriorização de um domínio dos princípios e propriedades do sistema decimal de numeração posicional, estes princípios e propriedades são compreendidos quando se conhece a sua origem. O sistema decimal de numeração posicional teve no ábaco um instrumento decisivo para a sua formação, como visto nos passos anteriores; após a recriação do ábaco, e do sistema de numeração é realizada com os educandos uma lista de exercícios que visa desenvolver, de forma sistemática, o domínio dos princípios e propriedades do ábaco e do sistema decimal de numeração posicional.

Antes de iniciar a introdução dos símbolos numéricos, algumas questões merecem destaque nesta fase como: a vantagem de um sistema de numeração que utiliza apenas dez símbolos, que variam de acordo com a posição que ocupam; a importância particular do zero, símbolo que representa a coluna vazia do ábaco e possibilita distinguir, por exemplo, o número 304 do número 34.

Neste passo a professora distribuiu 1 (um) ábaco para cada aluno, construído por ela.



**Figura 1:** Desenho do ábaco  
Fonte: Autoria própria, 2009.

Procedimento:

- a) Inicialmente foi representado no ábaco a seqüência utilizada no passo 2, porém, agora de forma contrária, a cada dedo erguido de um aluno foi colocada um bola amarela de isopor na casa da unidade do ábaco (da esquerda para a direita). Quando ele chegou a dez dedos levantados um, outro aluno ergueu um dedo, que corresponde aos dez do primeiro, neste

momento foi colocada no ábaco a bola de cor verde que representa a casa da dezena; procedimento análogo foi adotado quando o segundo aluno chegou também a dez dedos levantados. A casa da centena foi representada na cor azul e do milhar na cor laranja.

Esse momento é de fundamental importância, pois é nessa correspondência um-para-dez que se fundamentam vários procedimentos dos algoritmos das quatro operações, dentre eles o chamado “vai-um”, do algoritmo da adição, e o “empresta-um”, do algoritmo da subtração.

O professor deve criar uma discussão a respeito das bolas de isopor que assumem valores diferentes de acordo com a posição em que se encontram; os algarismos têm um valor de acordo com a sua posição no número; o 1 tem valores diferentes no 1 e no 10; Esta discussão deve ser repetida posteriormente com todos os números da seqüência.

A seqüência de números deste exercício foi a seguinte:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

200, 300, 400, ...1000.

2000, 3000, 4000,...9999.

As seqüências de números acima também foram escritas pelo professor na lousa de forma vertical. Cabe aqui um esclarecimento a respeito dessa disposição dos números na lousa. Colocar os números um ao lado do outro, na disposição horizontal, não leva os educandos adultos a vê-los separados, ainda que colocássemos a vírgula entre eles. O adulto em nossa sociedade, mesmo o iletrado, tem uma experiência, ainda que precária, de leitura de números; isso faz com que ele, ao ver dois algarismos, um ao lado do outro, já pense neles como fazendo parte de um número só. Por outro lado, como sua experiência de leitura é precária, sinais que poderiam servir para separar os números, como a vírgula, podem se tornar antes um fator “poluidor” da comunicação do que uma ajuda. E como em nossa sociedade não existe o hábito de escrever os números horizontalmente, coloca-los debaixo uns dos

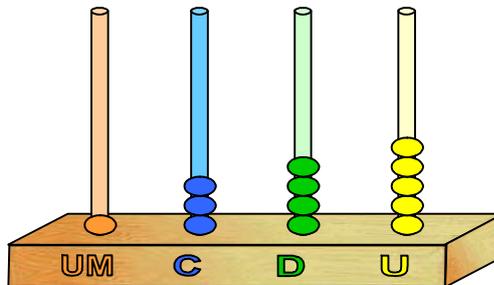
outros já facilita a leitura separadamente. Por exemplo, o educando não terá a tendência de ler 123 quando se escreve na lousa.

1

2

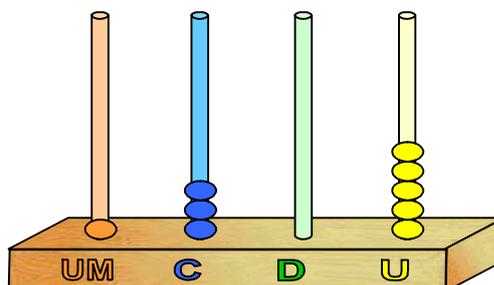
3

- b) Em um segundo momento o professor solicitou que cada grupo represente no ábaco um número qualquer, onde os demais grupos deveriam verificar o número representado.
- c) Para finalizar este encontro o professor solicitou aos grupos que representem no ábaco o número 1345. A seguir faz as seguintes perguntas:



**Figura 2:** Desenho de um ábaco representando o nº 1345.  
Fonte: Autoria própria, 2009.

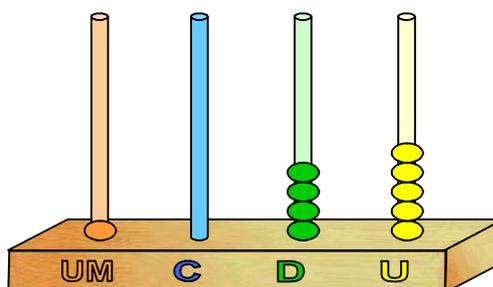
- I. Se retirarmos o número 4, ou seja, as quatro bolas verdes, que números estaríamos representando?



**Figura 3:** Desenho de um ábaco representando o nº 1305.  
Fonte: Autoria própria, 2009.

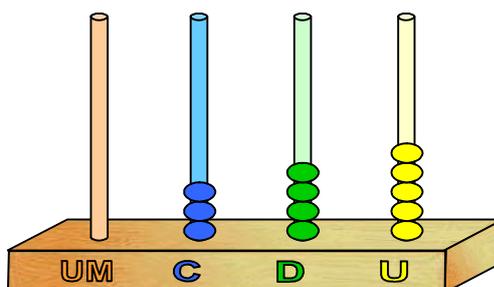
- II. Como esta coluna ficou vazia eu posso retirá-la?
- III. Qual o número que faz o papel da coluna vazia?

- IV. Se retirarmos o número 3, ou seja, as três bolas azuis, que números estaríamos representando?



**Figura 4:** Desenho de um ábaco representando o nº 1045.  
Fonte: Autoria própria, 2009.

- V. Se retirarmos o número 1, ou seja, a bola laranja, que números estaríamos representando?



**Figura 5:** Desenho de um ábaco representando o nº 345.  
Fonte: Autoria própria, 2009.

Após cada pergunta a professora fez a demonstração no ábaco e com os algarismos na lousa.

### **Etapa 3: Reprodução do significado da divisão.**

Para reproduzir o significado da divisão é necessário trabalhar primeiramente a compreensão do conceito da operação e depois o domínio da técnica operatória; para isso é necessário destacar algumas relações: a relação entre a divisão e a subtração, sendo a divisão uma subtração de parcelas iguais, e a relação entre multiplicação e a divisão, sendo operações inversas.

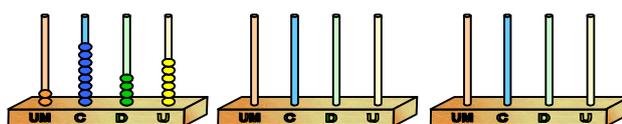
Podemos exemplificar a divisão como sendo a subtração de parcelas iguais e o ensino da técnica operatória da divisão pode ser desenvolvida de maneira tal, que

se torne um momento da compreensão do conceito da divisão e, ao mesmo tempo, essa compreensão do conceito aumente o domínio da técnica operatória.

Segundo Duarte (2001): “É muito mais produtivo trabalhar a compreensão do conceito da operação através do trabalho que leva o domínio da técnica operatória. E, se não bastassem todos esses motivos, existe ainda o de que, dessa maneira, utiliza-se o tempo (que seria gasto com atividades puramente de “compreensão de conceitos”) em garantir que o educando adulto domine realmente (isto é, compreendendo e sendo capaz de executar adequadamente) as técnicas operatórias. E, por certo, isso contribuirá para diminuir o índice de evasão dos programas de alfabetização” (p. 85).

Procedimento:

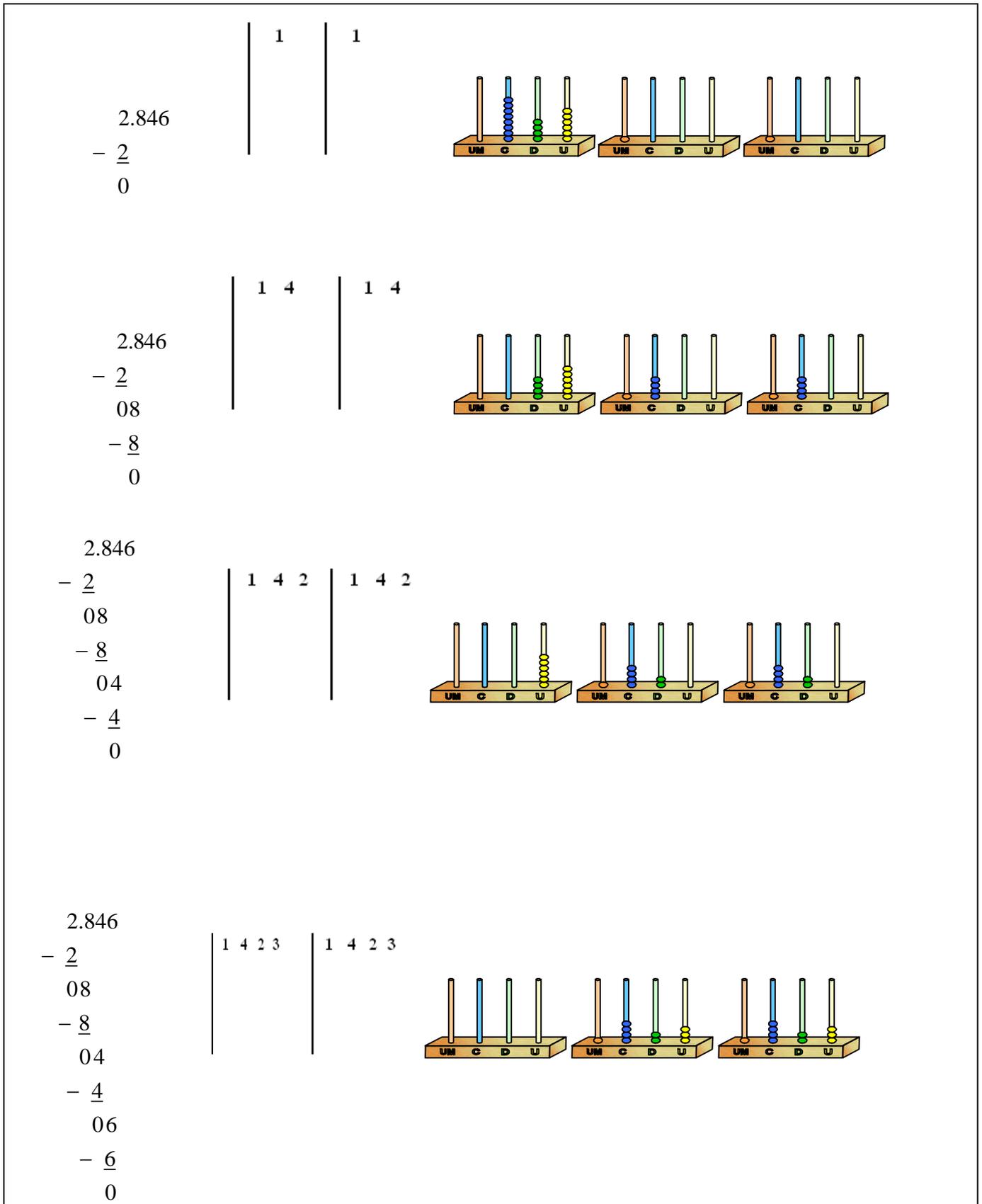
- a) A professora solicitou que cada dupla representasse o número 6.482 num dos ábacos;
- b) Em seguida cada grupo deveria dividir este número em partes iguais para cada um dos dois ábacos;
- c) A professora fez com eles a divisão no seu ábaco questionando o entendimento do grupo;
- d) A professora solicitou que cada grupo representasse o número 2.846 num dos ábacos e após dividissem esse número em partes iguais para cada um dos ábacos (Ver Figura 6).



**Figura 6:** Desenho de um conjunto de ábacos para efetuar a divisão.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Em seguida a professora fez a montagem do algoritmo. Foi representado o número 2.846 no ábaco e escrito na lousa. A divisão foi feita na lousa através de traços verticais, para delimitar o lugar onde será escrito o resultado da operação.



**Figura 7:** Desenho de um conjunto de ábacos para efetuar a divisão do n° 2846 em 2 parcelas iguais.

Fonte: Autoria própria, 2009.

A professora explicou que, para indicarmos que estávamos dividindo por dois, armariamos a conta da seguinte forma:

$$2.846 \overline{) 2}$$

- e) A professora solicitou que cada grupo tentasse resolver a seguinte divisão  $332 \overline{) 2}$  de modo que utilizem o exemplo do algoritmo acima. Ao final a professora resolveu a divisão, novamente, seguindo o mesmo passo anterior.

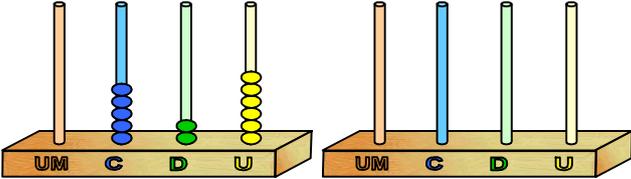
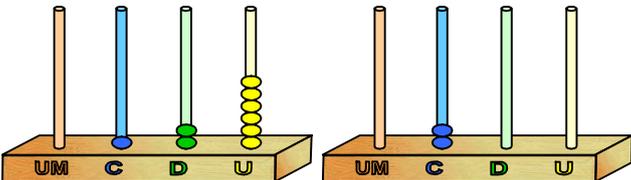
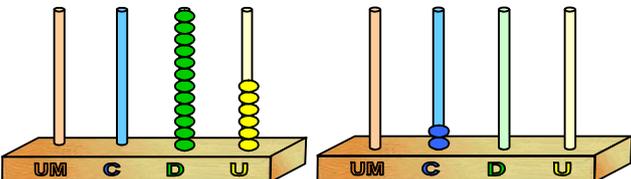
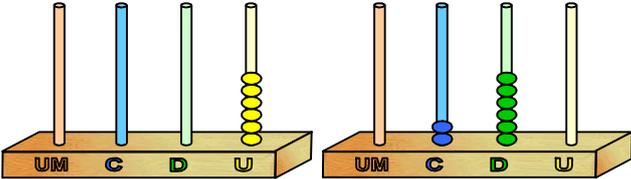
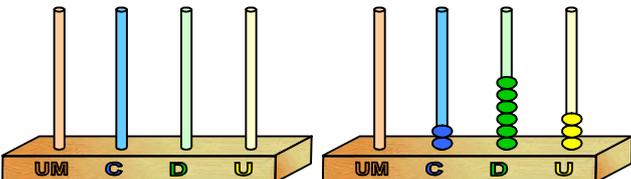
#### **Etapa 4: Reprodução do significado da divisão.**

A professora iniciou esta etapa refazendo o exercício do encontro anterior, ou seja, fez novamente a divisão do número 332 em 2 parcelas iguais.

Após esta revisão, a professora fez a seguinte observação: - Não há necessidade de escrever duas vezes o resultado da divisão à medida que se divide igualmente; basta indicar por “quantas pessoas” está sendo dividido e quanto cada um receberá. Também não há necessidade de colocar a mesma quantia em dois ábacos, sendo necessário, portanto, um ábaco para representar quanto cada um vai receber.

Neste passo a professora solicitou que a turma se reunisse em duplas e distribuiu para cada grupo 3 (três) ábacos e uma folha impressa com a seguinte atividade: dividir o número 526 em duas parcelas iguais (Ver APÊNDICE C).

Após a turma terminar a atividade a professora fez a atividade da seguinte forma: (Ver Figura 8)

$526 \overline{)2}$		
$\begin{array}{r} 526 \overline{)2} \\ - 4 \quad 2 \\ \hline 1 \end{array}$		<p>Das cinco unidades de centena, pegamos quatro para dividir.</p>
$\begin{array}{r} 526 \overline{)2} \\ - 4 \quad 26 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 00 \end{array}$		<p>A unidade de centena restante será trocada por dez dezenas que foram somadas às outras duas, num total de doze dezenas.</p>
$\begin{array}{r} 526 \overline{)2} \\ - 4 \quad 263 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 006 \\ - 006 \\ \hline 000 \end{array}$		<p>Dividir as seis unidades restantes.</p>
		

**Figura 8:** Desenho de um conjunto de ábacos para efetuar a divisão do nº 526 em 2 parcelas iguais.

Fonte: Autoria própria, 2009.

### Etapa 5: Reprodução do significado da divisão.

Esta etapa foi destinada para visualizar o desempenho dos alunos na divisão com o ábaco, com o algoritmo e com o ábaco de papel.

A professora ficou circulando na sala em busca de dados e possíveis informações aos alunos e ao projeto.

Foi distribuída uma lista de 6 exercícios impressos onde o aluno deveria fazer todas as divisões no ábaco, os exercícios 1, 3 e 5 apenas no ábaco de papel e os exercícios 2, 4 e 6 somente utilizando o algoritmo convencional (Ver APÊNDICE D).

## **5 ANÁLISE DOS DADOS**

Neste capítulo relataremos os passos da aplicação, bem como a avaliação da metodologia proposta.

### **5.1 Contextualização dos Encontros**

Como vimos no capítulo 4, foram cinco encontros distribuídos da seguinte forma:

1° Encontro: Levantamento das formas de registro criadas pelos educandos, utilização dos dedos para estabelecimento da base decimal da forma comum de registro e representação individual utilizando o sistema comum.

2° Encontro: Introdução dos símbolos numéricos.

3° Encontro: Reprodução do significado da divisão.

4° Encontro: Reprodução do significado da divisão.

5° Encontro: Reprodução do significado da divisão.

Todos os encontros foram fotografados e relatados em um diário de classe que descreve as falas dos participantes e do professor. Nos primeiros três encontros os alunos foram analisados a partir das atividades realizadas em aula, juntamente com o diário de classe e as fotografias, já nas duas últimas aulas houve uma sequência de exercícios para que ficasse registrado o entendimento do aluno.

Participou dos encontros um total de 10 (dez) alunos, no entanto. De forma assídua, apenas 6 (seis). Para que pudéssemos fazer uma análise coerente citaremos os encontros em que cada aluno participou.

Tabela 1 - Planilha de frequência:

NOME DO ALUNO	1° ENCONTRO	2° ENCONTRO	3° ENCONTRO	4° ENCONTRO	5° ENCONTRO	TOTAL DE ENCONTROS
A	S	S	S	S	S	5
B	S	S	S	S	S	5
C	S	S	S	S	S	5
D	S	S	S	S	S	5
E	S	S	S	S	S	5
F	S	S	S	S	S	5
G	S	S	S	N	N	3
H	S	S	S	N	N	3
I	S	S	N	S	N	3
J	N	S	S	S	N	3

Fonte: Autoria própria, 2009.

"S" significa a presença dos alunos no encontro citado e "N" a ausência.

## 5.2 Relatos dos Encontros

Para o relato de cada aula procuramos reproduzir os diálogos que julgamos pertinentes à nossa questão de pesquisa e ilustramos com fotos que, a nosso ver, ajudarão o leitor a visualizar o que ocorreu durante cada encontro.

### 5.2.1 O 1° Encontro

Como mencionamos na página anterior, neste encontro foi feito o levantamento das formas de registro criadas pelos educandos, a utilização dos dedos para estabelecimento da base decimal da forma comum de registro e a representação individual utilizando o sistema comum.

Iniciamos comentando sobre as diferentes formas de registro apresentadas pelos integrantes do curso e da inviabilidade de se trabalhar com as diferentes formas.

A seguir trabalhamos a história do sistema de numeração, através do seguinte diálogo<sup>6</sup>:

Professora: *Imagine qual foi a primeira forma de contagem utilizada pelo homem?*

Aluno I: *Pedras*

Aluno B: *Folhas*

<sup>6</sup> Durante os diálogos usamos a expressão "professora" para nos denominar e as dez primeiras letras do alfabeto para denominar cada um dos alunos sujeitos da pesquisa.

Podemos notar que o aluno I já tinha uma noção da evolução dos números, porém sabemos que anteriormente às pedras, os Egípcios utilizavam os dedos das mãos para representar quantidades.

Após estabelecer uma base decimal comum de registro utilizando os dedos das mãos, foi proposto um exercício de contagem que representasse este sistema comum. Foram utilizadas bolas de isopor para a representação, utilizando o seguinte critério:

- a) Bolas amarelas para a unidade;
- b) Bolas verdes para a dezena;
- c) Bolas azuis para a centena;
- d) Bolas laranjas para o milhar.

Este exercício ocorreu da seguinte forma: a cada dedo levantado era representado por uma bola amarela, que representa a unidade, e assim sucessivamente para as demais bolas.



**Figura 9:** Alunos representando 2 unidades.  
Fonte: Autoria própria, 2009.



**Figura 10:** Alunos representando 8 unidades.  
Fonte: Autoria própria, 2009.



**Figura 11:** Professora representando 10 unidades que equivalem a 1 dezena.  
Fonte: Autoria própria, 2009.

Durante este exercício a professora fez alguns questionamentos:

Professora: *Quantas bolinhas verdes serão necessárias para representar uma laranja?*

Aluno B: 100

Aluno I: 10

Professora: *Qual a vantagem de representar desta forma?*

Aluno G: *Ah! Que uma bolinha representa todas.*

Professora: *Para eu representar 2 bolinhas laranjas, quantas bolas azuis serão necessárias?*

Aluno B: *20 bolinhas, pois  $20 \times 100 = 2000$*

Este mesmo aluno fez um comentário muito interessante, dizendo que poderíamos representar a unidade utilizando um pauzinho, a dezena utilizando um quadrado e uma centena utilizando uma bolinha. Neste momento a professora comentou sobre outra ferramenta parecida com esta que o aluno citou, utilizada para trabalhar o sistema de numeração, o material dourado.

O aluno B também fez outro comentário relevante:

- *Professora, os nomes já dizem o que valem, dez-ena é 10, cem-tena é 100 e milhar é 1000.*

A sequência de exercícios seguiu com a representação de algarismos através das bolinhas de isopor e com os dedos.

Professora: *Se agora eu quisesse representar o número 526, quais e quantas bolinhas eu precisaria?*

Aluno D: *5 azuis, cinco centenas; 2 verdes, 2 dezenas e 6 amarelas, seis unidades.*

Professora: *E para representar o número 721.*

Aluno C: *7 verdes. Ops! Ah não! São 7 azuis, 2 verdes, porque valem 10 e 1 amarela.*

Retomando o exercício anterior a professora questiona:

Professora: *Quantas bolas verdes precisarão para representar 3 azuis?*

Aluno A: *Ali são 300. Então preciso de 30.*

Em vários momentos verificamos a facilidade com que os alunos faziam os cálculos mentalmente, então a professora provocou ainda mais em suas perguntas.

Professora: *Quantas bolas verdes eu precisarei para representar 6 bolas laranjas?*

Aluno B: *600, porque cada 10 é 100, se eu somar 100, 200, 300, 400, 500 e 600, que forma uma bolinha laranja.*

Retomando aos exercícios de representação dos algoritmos e antes de conceituar o número zero, a professora fez a seguinte pergunta:

Professora: *Se que eu quisesse representar o número 108. Quais e quantas bolas eu precisaria?*

Aluno I: *1 azul e 8 amarelas*

Professora: *Ok, mas se eu quisesse representar o número 18?*

Alunos: *Todos em silêncio.*

Então a professora explicou que o número 108 era formado por 1centena, 0 dezenas e 8 unidades. Exemplo:  $100+0+8$

Aluno I: *Não existindo um número representamos ele pelo zero?*

Aluno B: *Como responder?*

Professora: *Sim, ele é representado pelo zero e dizemos ausência de número, dependendo da posição em que ele se encontra.*

Para um melhor entendimento a professora utilizou três mesas, sendo que cada uma delas continha bolinhas uma da unidade, outra da dezena e outra da centena. Então representou o número 305. Sendo que a mesa da centena ficou com 3 bolinhas verdes, a da dezena ficou vazia e a da unidade ficou com 5 bolinhas amarelas.

### 5.2.2 O 2º Encontro

No segundo encontro foram trabalhados os símbolos numéricos. A professora deu início retomando o encontro anterior e contando a história do ábaco<sup>7</sup>.

Em seguida foi proposta uma seqüência de exercícios<sup>8</sup> onde cada educando deveria representar no ábaco os algarismos solicitados.



**Figura 12:** Aluno do centro representando o nº 1 no ábaco.  
Fonte: Autoria própria, 2009.

Quando chegaram a dez unidades a professora questionou:

Professora: *Como posso representar o número 10 no ábaco?*

<sup>7</sup> O ábaco é um antigo instrumento de cálculo. É considerada a primeira calculadora utilizada pelo homem. Originou-se na Mesopotâmia há mais de 5.500 anos. Emprega um processo de cálculo com sistema decimal, atribuindo a cada haste um múltiplo de 10.

<sup>8</sup> Ver trabalho de campo na etapa 2.

Aluno I: *Tira as amarelas e coloca uma verde.*

A partir da representação de uma dezena no ábaco a professora solicitou:

Professora: *Agora vamos completar a casa da unidade até completar dez unidades.*

Neste momento foi percebido que o aluno F seguiu colocando as bolas amarelas (unidade) na casa das dezenas.



**Figura 13:** Aluno colocando as bolas amarelas da unidade na casa das dezenas.

Fonte: Autoria própria, 2009.

A professora então lembrou o aluno F de que a casa das unidades estava sendo representada pelas bolas amarelas.

A professora seguiu perguntando.

Professora: *Agora temos uma dezena e dez unidades; que número é esse e como posso representar?*

Aluno I: *É o número 20. Tira as bolas amarelas e coloca mais uma verde.*

A professora então afirmou que dá mesma forma como escrevemos os números podemos representá-los no ábaco.



**Figura 14:** Imagem da turma representando o n° 20 no ábaco.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Professora: *Como podemos representar então, o número 22 no ábaco? Sabemos que este número é formado por duas dezenas e duas unidades.*

Aluno B: *Com duas bolas verdes e duas amarelas.*

Professora: *E o número 122. Como podemos representar?*

Aluno B: *Colocando uma bola azul.*

Professora: *Como chegamos à casa da centena?*

Aluno B: *10 bolas verdes equivalem a 1 azul.*



**Figura 15:** Imagem de alunos representando o n° 122.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Após esta sequência de exercícios a professora solicitou que cada aluno representasse um número no ábaco sem que os demais colegas soubessem de que número se tratava. Em seguida a professora propôs, aleatoriamente, que cada aluno dissesse ao grande grupo o número que o colega estava representando.

Todos acertaram a resposta com exceção do aluno J, que não havia participado do primeiro encontro; parecia ainda ter muitas dúvidas. A professora então retomou ao grande grupo a representação dos algarismos no ábaco.

Professora: *Como posso representar o número 1.345?*

Todos os alunos acertaram.

Professora: *Agora representem sem o número quatro, ou seja, sem as quatro bolas verdes.*

Todos tiraram as quatro dezenas. No espaço em branco, falaram que precisavam por o zero para o número virar 1.305.

Professora: *Retirem o número três de 1.345. Quanto representava este número?*

Aluno B: *3 centenas. Ficou no lugar o zero.*

Aluno E: *Ficou 1.045.*

Professora: *Recoloquem as três centenas e retirem o milhar.*

Neste momento a professora salientou que neste caso não é necessário representar o zero, pois o número significativo está à direita do zero. Escrevemos 345 e não 0.345.

A professora solicitou novamente que cada aluno representasse um novo número para que os demais colegas descobrissem qual era. Posteriormente colocou 10 bolinhas amarelas no ábaco<sup>9</sup> e perguntou à turma que número estava sendo representado.

Aluno F: *Este número não existe.*

Relembrando que este aluno F não havia participado do primeiro encontro, então a professora explicou que, na verdade, este número se tratava de 10 unidades e poderia ser representado por uma dezena utilizando apenas uma bola verde. Então retomou as vantagens de se utilizar um sistema comum de numeração.

---

<sup>9</sup> Em cada explicação a professora utilizava seu ábaco em tamanho maior dos demais, para que toda a classe pudesse visualizar; cada número representado também tinha seu algoritmo escrito na lousa no sentido vertical, conforme citado no trabalho de campo.

### 5.2.3 O 3º Encontro

No terceiro encontro foi trabalhada a reprodução do significado da divisão; para isso foi necessária a compreensão do conceito da operação e depois o domínio da técnica operatória. Foi destacada a relação entre a divisão e a subtração, sendo a divisão uma subtração de parcelas iguais e a relação entre multiplicação e a divisão, sendo operações inversas.

Neste encontro foram distribuídos três ábacos por dupla de alunos.

Primeiramente a professora solicitou que os alunos representassem no ábaco o número 6.482.



**Figura 16:** Imagem de alunos representando o nº 6.482.  
Fonte: Autoria própria, 2009.

Em seguida a professora solicitou que eles dividissem o número 6.482 em partes iguais nos outros dois ábacos que estavam sobrando.



**Figura 17:** Imagens de alunos representando a divisão do nº 482 em 2 parcelas iguais.  
Fonte: Autoria própria, 2009.

Notou-se que alguns grupos demoraram um pouco mais do que outros, mas todos conseguiram.

O aluno B então questiona:

Aluno B: *E se tivesse 5 ábacos sobrando?*

Professora: *Adorei a pergunta! Em breve veremos, por enquanto vamos dividir em duas partes iguais. Pense em casa como poderíamos dividir se tivéssemos 5 ábacos e se é necessário termos os 5 ábacos. Este é o tema do nosso próximo encontro.*

A professora continuou a sequência de exercícios solicitando que representassem o número 2.846 no ábaco, e em seguida dividissem em partes iguais.

Aluno B: *Começo pelo milhar?*

Aluno J: *Independente de onde começar dá no mesmo.*

Professora: *Sim, a aluna J tem razão, porém em alguns casos começando pela unidade pode dar mais trabalho. Por enquanto sugiro que iniciem a divisão na casa do milhar.*

Após os alunos concluírem esta atividade, a professora fez a representação das demais divisões no ábaco maior. Foi feito também a representação no quadro com desenhos de ábacos e paralelamente a montagem do algoritmo.

Percebemos que até este momento o grande grupo não teve dificuldades na divisão, pois se tratava de números exatos, onde era visível a divisão na casa das unidades, dezenas, centenas e milhar. Não era necessário fazer os ajustes no ábaco entre as casas decimais.

Professora: *Agora representem no ábaco o número 332 e dividam em partes iguais.*

Aluno G: *Mas um vai dar a mais.*

Aluno E: *É só trocar as centenas pelas bolas da dezena. Cem em cada, mas sobrou 100. Divido as 100 em 10 dezenas, ponho 5 em cada vareta verde. Depois as 3 que já tinha, dividi um em cada ábaco. E a que sobrou verde troquei por 10 amarelas. Dividi 5 em cada. E as duas amarelas que já tinha dividi uma em cada.*



**Figura 18:** Imagens de alunos finalizando a divisão do nº 332 em 2 parcelas iguais.

Fonte: Autoria própria, 2009.

A professora, conforme citado anteriormente, também montou este algoritmo no quadro. Até em tão muitos nunca haviam percebido que no momento que dividíamos o número 3 por dois se tratava de 3 centenas que estávamos dividindo. E que o resto 1, até aquele momento da divisão, era 1 centena e assim por diante. Com isso percebemos quanto o processo mecanizado ainda está presente na educação matemática; houve inclusive um comentário de um aluno onde podemos refletir além.

*Aluno A: No papel é mais fácil professora.*

Ou seja, muitos ainda efetuam as quatro operações sem ao menos terem noção de resultados. O processo é puramente mecânico, podendo gerar conflitos em várias situações do cotidiano, o que vai totalmente contra as propostas da Educação de Jovens e Adultos.

#### 5.2.4 O 4º Encontro

No quarto encontro foi trabalhada também a reprodução do significado da divisão. A professora explicou que não há necessidade de escrever duas vezes o resultado da divisão, na medida em que se divide igualmente; basta indicar por “quantas pessoas” está sendo dividido e quanto cada uma receberá. Também não há necessidade de se colocar a mesma quantia em dois ábacos, sendo necessário, portanto um ábaco para representar quanto cada um vai receber. Esta explicação

responde a pergunta do aluno B, na aula anterior. Por tudo isso foram distribuídos apenas dois ábacos por dupla de alunos.

Como neste encontro sobraram ábacos, a professora sugeriu que os alunos trabalhassem individualmente, mas eles não aceitaram a proposta, preferiram trabalhar em duplas.

Em seguida a professora lembrou os alunos como se representava e dividia no ábaco o número 332; fez novamente a montagem do algoritmo no quadro, e paralelamente, o desenho, acompanhado dos ábacos maiores.

Durante esta atividade de recapitulação houve alguns comentários.

Aluno I: *Puxa! Só agora me dei conta que esse 1 é uma centena.*

Aluno B: *Professora, eu consigo fazer a divisão no ábaco, mas não consigo fazer a conta?*

É importante ressaltar que o aluno I não havia participado do encontro anterior, isto destaca ainda mais o quanto o processo de mecanização de cálculos matemáticos está presente nas pessoas. Este aluno demonstrou-se surpreso com a descoberta.

Nesta mesma atividade houve outro comentário do aluno B. Foi no momento em que estávamos montando o algoritmo dividindo 3 por 2, ou seja, 3 centenas por 2.

$$\begin{array}{r} 332 \overline{)2} \\ - \underline{2} \quad 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

Aluno B: *Professora, porque esse 2? De onde ele vem?*

Professora: *Vê só no ábaco. Das 3 centenas, tu utilizaste 2, uma sobrou. Este 2 são as duas centenas que tu utilizaste para dividir por 2, certo?*

Percebemos que este aluno já estava adaptado ao ábaco, mas realmente não conseguia entender o algoritmo.

No próximo exercício a professora distribuiu uma folha impressa para cada aluno, com ábacos desenhados; solicitou que a turma representasse no ábaco, no ábaco de papel e com o algoritmo, a divisão do número 526 em 2 parcelas iguais ( Ver APÊNDICE C). No ábaco era para representar o resultado da divisão utilizando apenas um, já no ábaco desenhado na folha poderiam optar em utilizar um ou os dois ábacos.



**Figura 19:** Imagens de alunos dividindo o n° 526 em 2 parcelas iguais.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Observem na Figura 19 que os alunos da direita já haviam feito a divisão com o ábaco e os da esquerda tinham apenas a representação do número; os alunos da esquerda optaram em fazer primeiro o algoritmo, com isso demoraram mais tempo que os demais para concluírem a tarefa. Na verdade este grupo não dominava o algoritmo, tinha muitas dificuldades.



**Figura 20:** Imagens de alunos ajustando os valores no ábaco para efetuar a divisão do n° 526 em 2 parcelas iguais.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Durante esta tarefa foram verificados outros comentários relevantes que provam o entendimento da divisão com o ábaco.

Aluno E: *Pego 2 bolas azuis coloco na casa da centena, as outras 2 guardo. A azul que sobrou são 10 dezenas. Tenho 12 dezenas ao todo. Divido 6 para cada lado. Ponho 6 dezenas, as outras 6 guardo. E as 6 unidades, pego 6 e guardo 3.*

Aluno F: *Que legal! Consegui fazer a conta e no ábaco!*

Esta atividade deixou algumas dúvidas, pois todos os grupos conseguiram fazer a divisão no ábaco, apenas dois alunos tiveram dificuldades no algoritmo, entretanto nenhum conseguiu efetuar a divisão no ábaco de papel.

<b>PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA</b>	Professora: Joice Dalcin
Reproduzir o significado da divisão na Educação de Jovens e Adultos tendo como recurso o ábaco.	Nome do Aluno: <i>Jonata de Jotuno Andreotti Pereira</i>

1) Exercício de divisão, tendo em vista a divisão como uma subtração de parcelas iguais.

$$\begin{array}{r} 526 \overline{) 263} \\ 4 \phantom{00} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \\ \underline{00} \phantom{0} \\ 6 \phantom{0} \\ \underline{0} \end{array}$$

**Figura 21:** Imagem da divisão do nº 526 em 2 parcelas iguais feita no ábaco de papel pelo aluno C.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Notem que no primeiro ábaco o aluno colocou o número a ser dividido; no segundo, o ajuste da centena, sendo representada por dez dezenas e as duas que já havia juntamente com as seis unidades; concluiu com o terceiro o resultado.

Quanto à divisão no ábaco de papel notou-se realmente que o grande grupo não entendia como fazer, nem por onde começar. Assim questionamos várias causas possíveis:

- a) Falta de compreensão de como se deveria representar;
- b) Falta de compreensão da própria operação;
- c) Não fizeram a representação conforme iam fazendo a divisão no ábaco, com isso não lembravam os passos a serem seguidos.

Então resolvemos criar mais exercícios de mesmo formato para o próximo encontro, visando buscar respostas concretas à dificuldade apresentada.

### **5.2.5 O 5º Encontro**

No quinto, e último, encontro foi trabalhada novamente a reprodução do significado da divisão. A professora relembra que é desnecessário escrever duas vezes o resultado da divisão, na medida em que se divide igualmente; basta indicar por “quantas pessoas” está sendo dividido e quanto cada uma receberá. Também não há necessidade de se colocar a mesma quantia em dois ábacos, bastando um ábaco para se representar quanto cada um vai receber.

A professora solicitou, outra vez, que trabalhassem individualmente, pois estavam sobrando ábacos; e novamente os alunos se negaram.

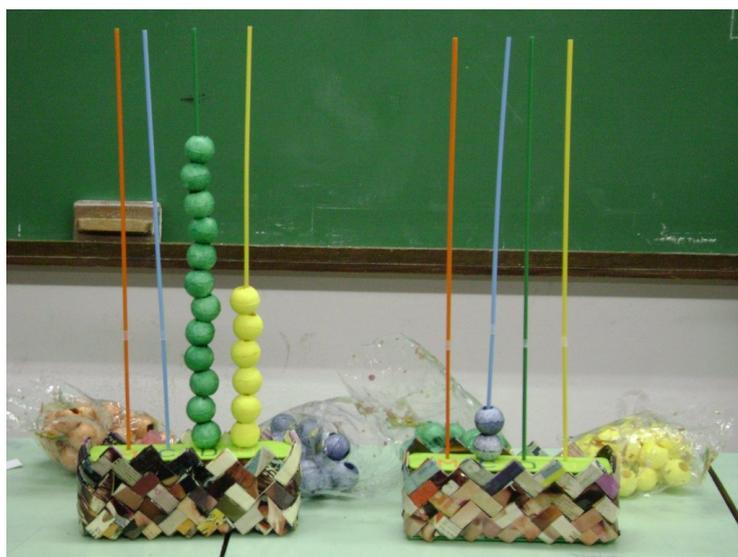
Aluna D: *Duas cabeças pensam melhor.*

Esta aula iniciou com a professora retomando a divisão do número 526 em 2 parcelas iguais. Salientando a divisão no ábaco de papel e também fazendo a divisão no ábaco paralelo ao algoritmo. Abaixo será apresentado nas figuras o passo a passo seguido.



**Figura 22:** Imagem da professora iniciando a representação da divisão do nº 526 em 2 parcelas iguais.

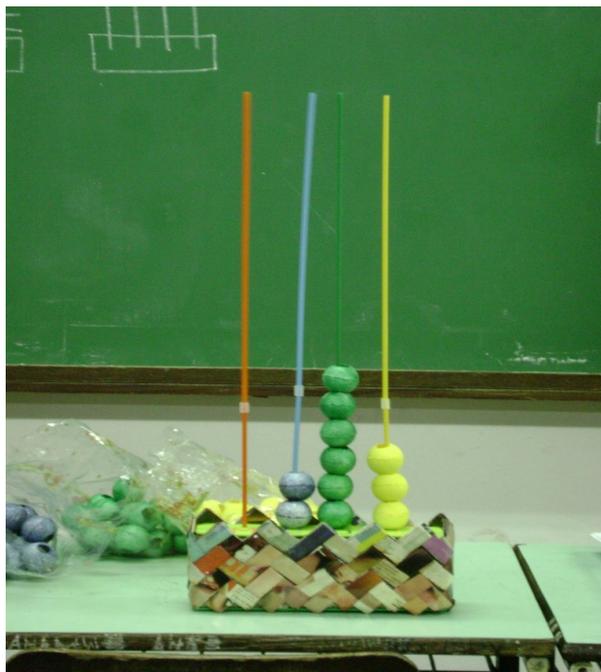
Fonte: Autoria própria, 2009.



**Figura 23:** Imagem da divisão do nº 526 em 2 parcelas iguais feita pela professora.

Fonte: Autoria própria, 2009.

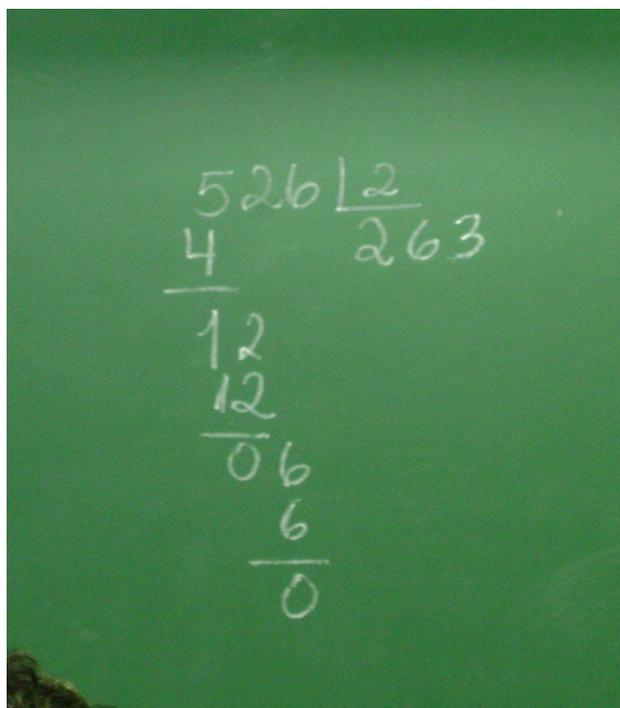
Neste momento a professora já havia dividido a casa das dezenas e feito os ajustes na casa das dezenas.



**Figura 24:** Imagem da divisão do número 526 em 2 parcelas iguais feita pela professora.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Lembrando que a cada passo da divisão feita no ábaco a professora fazia no quadro a divisão com os ábacos desenhados e a montagem do algoritmo.



**Figura 25:** Imagem do algoritmo da divisão do n° 526 em 2 parcelas iguais feita pela professora.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Após esta revisão a professora distribuiu uma lista de exercícios, impressa com 6 atividades, contendo três divisões no ábaco de papel e três utilizando o algoritmo (Ver APÊNDICE D).

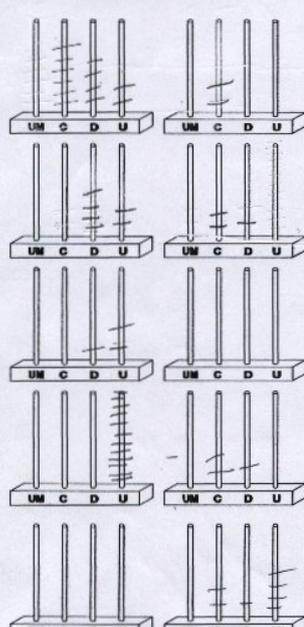
Durante esta atividade houve muitos questionamentos, pois conseguiam fazer a divisão no ábaco e no algoritmo, todavia continuavam com dificuldades na representação da divisão no ábaco de papel. Em vários momentos a professora teve que auxiliá-los no processo, com isso foi possível perceber que a maior dificuldade era em desenhar o passo a passo no ábaco de papel, juntamente com a memorização e a visualização do que estava acontecendo naquele momento da divisão. Abaixo apresentaremos algumas figuras onde este fato é apresentado.

<b>PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA</b> Reproduzir o significado da divisão na Educação de Jovens e Adultos tendo como recurso o ábaco.	Professora: Joice Dalcin Nome do Aluno: <i>Maikê Soares de Aguiar</i>
---	--

1) Exercício de divisão, tendo em vista a divisão como uma subtração de parcelas iguais.

a) A partir do exemplo anterior divida apenas no ábaco o número 642 em 3 parcelas iguais.

642



2) Agora faça a divisão em duas partes iguais do número 574 apenas com o algoritmo.

$$\begin{array}{r}
 574 \div 2 \\
 \underline{5} \phantom{0} \\
 74 \\
 \underline{74} \\
 0
 \end{array}$$

**Figura 26:** Imagem da divisão do nº 642 em 3 parcelas iguais feita no ábaco de papel e do algoritmo da divisão do nº 574 em 2 parcelas iguais feita pelo aluno B.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Notemos que a tendência do aluno era iniciar a primeira divisão utilizando o algoritmo, desta mesma forma todos os alunos pretendiam iniciar. A professora então, ao perceber, salientou que esta divisão deveria ser feita somente no ábaco de papel. O cálculo com o algoritmo deveria ser usado somente na segunda questão. Outro fato interessante é o aluno E iniciar as atividades pela segunda questão onde era o cálculo da divisão montando o algoritmo. Ver Figura 27.



**Figura 27:** Imagem do aluno E iniciando as atividades no exercício 2.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Isto demonstra que, em muitos casos, os alunos preferem primeiramente trabalhar o algoritmo, sentem-se mais confiantes, mesmo não dominando o raciocínio do cálculo.

No exercício 1 o único erro do aluno B foi no penúltimo passo, onde não representou as quatro unidades, interrompendo o padrão utilizado nos passos anteriores. Na verdade não se trata de um erro, simplesmente não seguiu o seu padrão inicial. Este aluno apresentava bastante dificuldade na divisão com o

algoritmo, mas com a ajuda do colega D ele conseguiu. Vemos na Figura 28 que os alunos B e D já estavam bem familiarizados com a divisão no ábaco, apenas não conseguiam representar os passos no ábaco de papel.

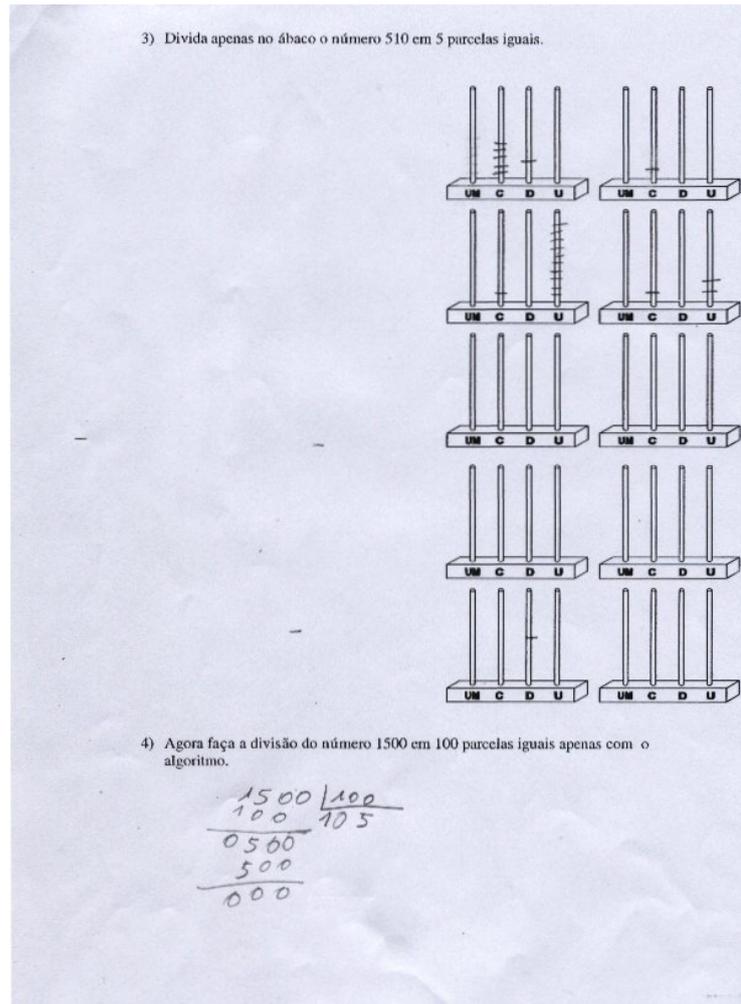


**Figura 28:** Imagem dos alunos B e D efetuando a divisão do nº 642 em 2 parcelas iguais no ábaco.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Os demais alunos conseguiram completar a divisão no ábaco de papel por inteiro nesta questão, com exceção do aluno F; na divisão com o algoritmo todos acertaram.

Agora mostraremos os exercícios 3, uma divisão utilizando o ábaco de papel, e 4 o algoritmo convencional.

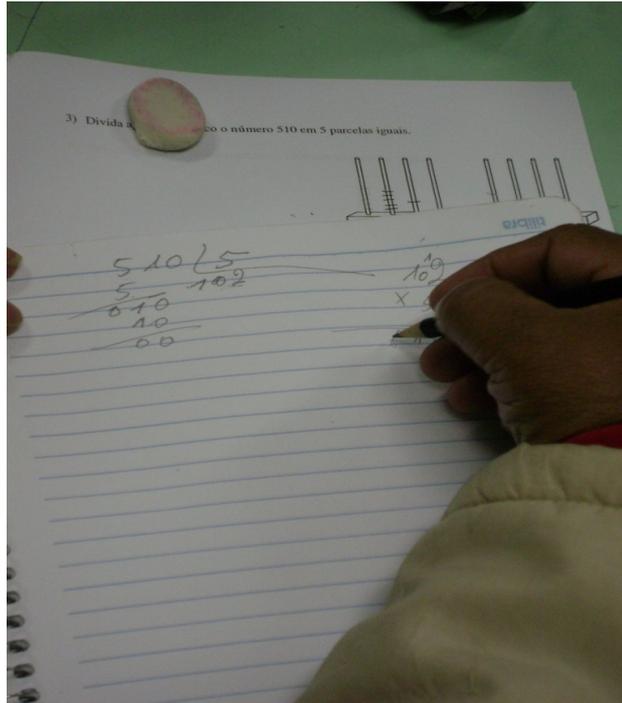


**Figura 29:** Imagem da divisão do nº 510 em 5 parcelas iguais feita no ábaco de papel e do algoritmo da divisão do nº 1500 em 100 parcelas iguais feita pelo aluno F.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Este aluno apresentava facilidade em cálculos mentais, porém tanto no ábaco como no algoritmo convencional tinha dificuldades. Podemos perceber já na segunda linha do ábaco de papel o aluno representando a centena que havia sobrado da primeira divisão, juntamente com dez unidades que não havia no número a ser dividido. Talvez a ideia fosse representar dez dezenas, ou seja, fazer a mudança de uma centena para dez dezenas. Por último colocou a resposta correta.

Vemos na figura 30 que este aluno, não confiando no resultado obtido no ábaco, fez a montagem do algoritmo, inclusive com a operação inversa.



**Figura 30:** Imagem do aluno F efetuando o algoritmo da divisão e sua operação inversa.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Da mesma forma na divisão do algoritmo, este aluno após dividir 1500 por 100, inseriu zero dezena na resposta, fazendo com que o resultado mudasse de 15 para 105. - Nota-se claramente, mais uma vez, a mecanização no processo de divisão; - provavelmente o aluno pensou que ao baixar o zero da unidade no algoritmo deveria acrescentar um zero na dezena no resultado. Com isso, observamos o que já havíamos dito anteriormente, que em muitos casos os alunos não têm ideia do resultado para questionar se aquilo é, ou não é, possível.

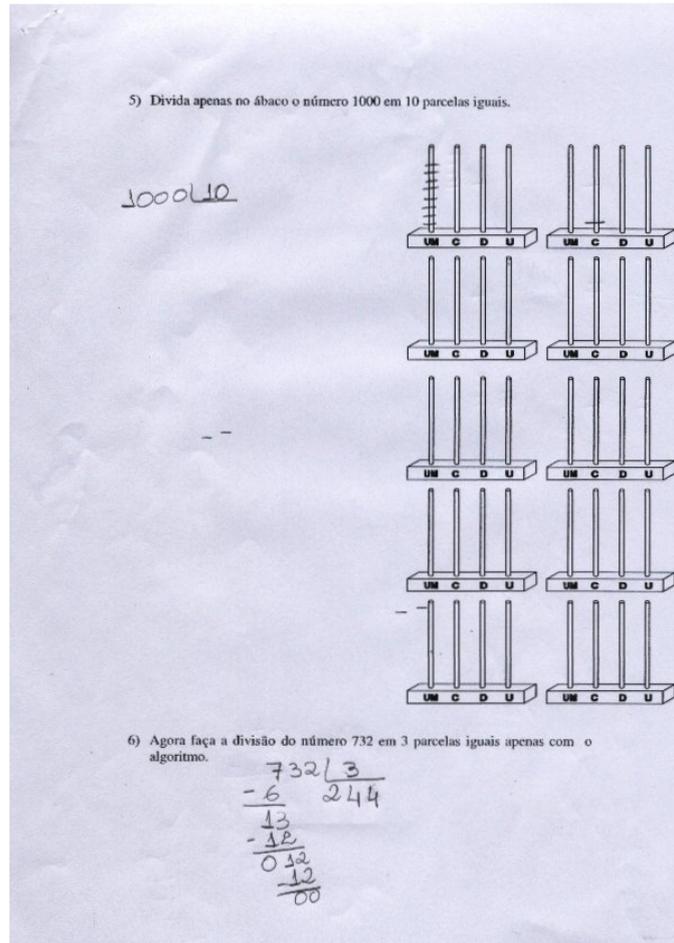
Todos os demais alunos conseguiram efetuar a divisão nos exercícios 3 e 4.



**Figura 31:** Imagem dos alunos A e E concluindo a divisão no ábaco do nº 510 em 5 parcelas iguais.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Finalmente apresentaremos os dois últimos exercícios, onde o quinto apresenta uma divisão com ábaco de papel e no sexto, outra divisão com o algoritmo.



**Figura 32:** Imagem da divisão do nº 1000 em 10 parcelas iguais feita no ábaco de papel e do algoritmo da divisão do nº 732 em 3 parcelas iguais feita pelo aluno D.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Notamos que este aluno D ao representar o número 1000 desenhando no ábaco de papel o número 8000. Acreditamos que gostaria de representar o número 1000 com dez traços na casa do milhar, o que já representaria o primeiro erro. Por outro lado, ele talvez quisesse mostrar que 1000 podem ser representadas por 10 centenas, ou seja, 10 traços na casa das centenas, este seria seu segundo erro, pois antes de fazer os ajustes deveria representar no primeiro ábaco o número a ser dividido. Percebemos que este aluno também pretendia montar o algoritmo antes de fazer a divisão no ábaco de papel, talvez até o tenha feito, por isso chegou à resposta correta.

Neste exercício o aluno B cometeu o mesmo erro, porém ao invés de 8000, representou 10000. Possivelmente seguiu o mesmo raciocínio do aluno D.

Com as figuras 33 e 34 é possível perceber que os alunos A, B, D e E tiveram o mesmo raciocínio, estavam representando o número 1000 com dez bolas laranjas no milhar, ou seja, na realidade representavam o número 10000.



**Figura 33:** Imagem dos alunos B e D tentando representar no ábaco o nº 1000.

Fonte: Autoria própria, 2009.



**Figura 34:** Imagem dos alunos A e E tentando representar no ábaco o nº 1000.

Fonte: Autoria própria, 2009.

Após este erro os grupos responderam esta questão corretamente, houve até um comentário do aluno E.

Aluno E: *Substituo esse 1000 por 10 bolinhas azuis. Uma bolinha azul coloco no ábaco da resposta, as 9 restantes coloco no saco. Pronto!*

Quanto ao exercício 6 todos os alunos acertam a resposta e montaram o algoritmo corretamente.

### 5.3 Análise Geral dos dados

Conforme citado na tabela 1, durante os cinco encontros apenas seis alunos foram assíduos, sendo eles os alunos A, B, C, D, E e F. Os alunos G e H faltaram aos dois últimos; o aluno I, ao terceiro e quinto; o aluno J, ao primeiro e ao último. Portanto, a análise geral dos dados será feita somente com os alunos que compareceram a todos os encontros.

Durante o primeiro e segundo encontro podemos observar que todos tinham grande afinidade com o cálculo mental, o que facilitou na compreensão do estabelecimento da base decimal comum e na sua representação individual. Com o artifício do ábaco isso se tornou ainda mais fácil, pois com a visualização das casas decimais, com suas cores diferenciadas, os educandos conseguiam expressar de forma clara seus questionamentos. Foi possível também demonstrar, de maneira transparente, que cada algarismo assume um determinado valor dependendo da sua posição, ou seja, o valor posicional; isto ficou muito evidente com relação ao zero, que significa a ausência de número na posição em questão. Os alunos não haviam manifestado tal conhecimento antes das atividades envolvidas.

Ao final do segundo encontro todos já estavam familiarizados com o ábaco e conseguindo representar os números corretamente.

O terceiro encontro foi quando se deu o início do trabalho da reprodução do significado da divisão. Como vimos no relato, o grande grupo não teve muitas dificuldades na divisão com o ábaco, somente nos momentos em que era necessário fazer alguns ajustes nas casas decimais, ao exemplo do número 332.

Alguns alunos comentaram inclusive que a divisão feita “no papel” era mais fácil. Ficou evidente neste encontro o quanto o processo da divisão com o algoritmo estava mecanizado; quando a professora mostrou no quadro a montagem do algoritmo muitos não tinham se dado conta em que casa decimal estava sendo

trabalhada a divisão, era como se todos os algarismos estivessem na casa da unidade, ou no máximo da dezena, isso mesmo se tratando de centenas ou milhares.

A proposta do quarto encontro era que o aluno reproduzisse o significado da divisão no ábaco, no algoritmo e no ábaco de papel. O último exercício seguiu com a divisão do número 526 em duas parcelas iguais (Ver APÊNDICE C). Para uma melhor análise foi feito uma tabela apontando os resultados. (Ver Tabela 2).

TABELA 2: Resultado do último exercício do quarto encontro.

ALUNO	CÁLCULO COM O ÁBACO	CÁLCULO COM O ALGORITMO	CÁLCULO COM O ÁBACO DE PAPEL
A	Acertou	Acertou	Errou
B	Acertou	Acertou	Errou
C	Acertou	Acertou	Acertou Parcial
D	Acertou	Acertou	Acertou Parcial
E	Acertou	Acertou	Errou
F	Acertou	Acertou	Errou

Fonte: Autoria própria, 2009.

Com os dados da tabela é possível observar que 100% dos alunos conseguiram efetuar a divisão com o ábaco e com o algoritmo, porém 33% conseguiram calcular parcialmente com o ábaco de papel.

É bom lembrar que 33% dos alunos (aluno B e F) também tiveram dificuldades com o algoritmo da divisão, mas com a ajuda do colega de dupla conseguiram efetuar.

No quinto e último encontro foi distribuída uma seqüência de exercícios com o mesmo objetivo do encontro anterior, reproduzir o significado da divisão. Todos deveriam efetuar os cálculos no ábaco, porém os exercícios 1, 3 e 5 também deveriam ser efetuados no ábaco de papel e os exercícios 2, 4 e 6 utilizando o algoritmo convencional (Ver APÊNDICE D).

Mesmo com algumas dificuldades, e com a ajuda de colegas, todos conseguiam fazer a divisão com o ábaco; na tabela 3 vamos mostrar o número de acertos dos alunos, no que diz respeito à divisão com o algoritmo e com o ábaco de papel.

Tabela 3: Número de acertos na divisão utilizando o algoritmo e o ábaco de papel.

ALUNO	CÁLCULO COM ALGORITMO			CÁLCULO COM ÁBACO DE PAPEL		
	EXERCÍCIO 2	EXERCÍCIO 4	EXERCÍCIO 6	EXERCÍCIO 1	EXERCÍCIO 3	EXERCÍCIO 5
A	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
B	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Errou
C	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Errou	Acertou
D	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Errou
E	Acertou	Acertou	Acertou	Errou	Acertou	Acertou
F	Acertou	Errou	Acertou	Acertou	Errou	Acertou

Fonte: Autoria própria, 2009.

Podemos perceber que apenas o aluno F errou uma questão de divisão utilizando o algoritmo convencional. O exercício era dividir o número 1500 em 100 parcelas iguais. Neste caso fica evidente a dificuldade do aluno em entender o significado do zero e seu valor posicional. Também é visível, conforme dito no quinto encontro relatado, o processo mecânico utilizado por este aluno para efetuar a divisão.

No exercício 1, apenas o aluno E errou. Após dividir as 4 dezenas em três parcelas iguais, substituiu a dezena restante por 10 unidades, porém não somou com as 2 que já existiam.

Nos exercícios 3 e 5 foi onde ocorreu o maior número de erros. No exercício 3 os alunos deveriam dividir o número 510 em 5 parcelas iguais: - os alunos C e F cometeram o mesmo erro – e, quando efetuaram a divisão das 5 centenas, encontraram a 1 centena de resto. Salientamos que estes alunos trabalhavam em dupla.

Já no exercício 5, onde a divisão era do número 1000 em 10 parcelas iguais, a dupla com os integrantes B e D também cometeu o mesmo erro; representou o número 1000 no ábaco de papel com 10 bolinhas laranja, que vem a ser 10000, e colocou como resultado o número 100.

Portanto, se considerarmos 12 exercícios para medir o desempenho de cada aluno, considerando 100% em cada um, teremos a média de desempenho mostrada na Tabela 4.

Tabela 4: Média de desempenho de cada aluno

Aluno	Desempenho (%) dos exercícios de Divisão no Ábaco						Desempenho (%) dos exercícios de Divisão com o Algoritmo			Desempenho (%) dos exercícios de Divisão no Ábaco de Papel			Desempenho Geral (%)
	1	2	3	4	5	6	2	4	6	1	3	6	
A	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
B	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	91,67
C	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	100	91,67
D	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	91,67
E	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	100	100	91,67
F	100	100	100	100	100	100	100	0	100	100	0	100	83,33

Fonte: Autoria própria, 2009.

Podemos verificar que todos atingiram uma média acima de 80% e que a aluna A atingiu 100%. Observamos também que a média caiu somente em torno dos exercícios de divisão utilizando o ábaco de papel, o que já era previsto tendo em vista os relatos dos encontros.

## 6 CONCLUSÃO

Já na primeira etapa da pesquisa podemos perceber que todos os alunos ao preencheram o questionário citam as mesmas angústias a respeito da matemática. Acreditam que esta ciência é muito importante no seu dia-a-dia, porém todos dizem ter dificuldades e não conseguem efetuar cálculos de divisão, alguns até citaram que conseguem somente “as mais fáceis”.

Durante o trabalho de campo ficou claro o porquê destas dificuldades dos alunos, a grande maioria aprendera o processo do cálculo de divisão mecanizado, ou seja, durante a divisão não era transparente o valor posicional de cada algarismo, não conseguiam entender as casas decimais e o que cada uma representava. Também tinham dificuldades em interpretar o zero e seu significado.

Isto leva-nos a crer que iniciar o estudo das quatro operações através da montagem do algoritmo não é a maneira mais eficaz, assim como iniciar pela soma. Como já foi dito em nosso referencial teórico a primeira operação a ser trabalhada pelo homem foi a divisão, o que torna mais compreensível o processo de ensino-aprendizagem. Temos de ter consciência que trabalhar fazendo relações com o cotidiano facilita a assimilação.

A visualização neste momento também favorece o educando, por isso o ábaco desempenhou um papel muito importante nesta pesquisa, sem contar o fato de se utilizar, cores diferenciadas para cada casa decimal. Notamos que em princípio os alunos conseguiam abstrair o valor posicional de cada número só através das cores, mais tarde já haviam criado seu próprio conceito, isso percebe-se nas falas dos alunos relatadas em cada encontro.

O que no início parecia ser confuso para eles, no final do segundo encontro já estava familiarizado: o trabalho com o ábaco. Nenhum aluno tinha trabalhado com esta ferramenta antes, e durante cada encontro foi possível observar a evolução e desempenho de cada aluno.

A partir do terceiro encontro, quando começamos a trabalhar a divisão, percebemos os melhores resultados. Os alunos já não tinham mais dificuldades em representar os números no ábaco e dúvidas em efetuar as divisões.

No quarto e quinto encontro, quando demos maior ênfase à montagem do algoritmo e à divisão com o ábaco de papel, constatamos muitas objeções em representar o passo a passo no ábaco de papel. Observamos que os alunos não conseguiam lembrar do passo a passo seguido, e não estavam fazendo a divisão paralelamente do ábaco de papel com o ábaco convencional. Com isso, por várias vezes, tiveram que retomar o exercício, o que ocasionou a falta de tempo para trabalharmos outros exemplos. Quanto à montagem do algoritmo os grupos se saíram muito bem, apenas dois alunos tiveram maiores dúvidas.

Fazendo uma análise geral dos resultados podemos observar que a pesquisa teve um ótimo resultado, tendo a maioria dos alunos atingido mais de 80% de aproveitamento. Acreditamos que o fator predominante para chegarmos a este desempenho foi termos trabalhado de maneira com que os alunos pudessem enxergar a evolução dos números, sua construção, sua representação e seu significado; pois só assim, com estes conceitos bem definidos, podemos iniciar as operações.

Notamos também que o fator tempo nos deixou um pouco inseguros quanto aos resultados, mas acreditamos que este desempenho teria como melhorar muito mais se tivéssemos mais encontros.

Por fim ficamos muito satisfeitos com o trabalho, acreditamos que realmente é possível trabalhar a divisão antecedendo as demais operações, com o artifício do ábaco.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRÉ, Marli Dalmazo Afonso. **Estudo de caso em Pesquisa e Avaliação Educacional**. Brasília: Líber Livro, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CORREA, Jane; SPINILLO, Alina Galvão. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças. In: PAVANELLO, Regina Maria. **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: A pesquisa e a sala de aula**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo 2004. v.2, p. 103-127.

DUARTE, Newton. **O Ensino de Matemática na Educação de Adultos**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2.ed. São Paulo: Autores Associados, 2007.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidade, desafios e contribuições**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 36.ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GROSSI, Esther Pillar. **Novo jeito de Ensinar Matemática: começando pela divisão**. Brasília, 2000.

IMENES, Luis Márcio. **Vivendo a Matemática: a numeração indo-arábica**. 7.ed. São Paulo: Scipione, 2006.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/sedac/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/segundosegmento/vol3\\_matematica.pdf](http://portal.mec.gov.br/sedac/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/segundosegmento/vol3_matematica.pdf)>. Acesso em: 16 fev. 2009.

## APÊNDICE A – Questionário de pré-seleção



# **UNILASALLE**

## **CENTRO UNIVERSITÁRIO LA SALLE**



### **PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – MONOGRAFIA**

Este questionário tem por objetivo selecionar estudantes da modalidade EJA (Educação de Jovens e Adultos) para participar de uma pesquisa em Educação Matemática que resultará em monografia.

Esta pesquisa será ministrada pela aluna Joice Dalcin do curso de Graduação em Matemática Licenciatura do Centro Universitário La Salle – UNILASALLE.

O aluno interessado em participar do projeto deve apresentar as seguintes características:

- Ter idade igual ou superior a 18 anos;
- Estar cursando ou ter concluído as séries iniciais do Ensino Fundamental;
- Já ter criado alguma forma de registro<sup>10</sup> vivenciada de acordo com as necessidades de seu trabalho.
- Ter disponível 1 (uma) hora semanal para participar das atividades do projeto. Os encontros serão nos dias 24 e 31 de março, 7 e 28 de abril e 5 de maio, sempre nas terças-feiras, das 20h 45min às 21h 45min.

Todos os alunos classificados, que aceitaram participar do projeto, deverão preencher um termo de compromisso contendo a proposta do trabalho e a afirmação de seu comprometimento na participação e execução das atividades nos horários pré-estabelecidos. Seus nomes não serão divulgados na monografia.

---

<sup>10</sup> A forma de registro citada se refere ao material (riscos no papel, pedras, dedos,...) utilizado durante uma contagem que auxiliasse no não esquecimento do resultado final.

**QUESTIONÁRIO:**

- 1) Nome completo: \_\_\_\_\_
- 2) Idade: \_\_\_\_\_
- 3) Série que está cursando: \_\_\_\_\_
- 4) Você já criou ou utilizou alguma forma de registro para números ou cálculos necessários no seu trabalho ou no dia-a-dia? Fale sobre ela.

---

---

---

---

---

---

---

---

- 5) Você acha importante estudar matemática? Por quê? \_\_\_\_\_

---

---

---

---

- 6) Você se sente seguro em fazer cálculos de divisão, ou seja, você sabe fazer qualquer conta de divisão? \_\_\_\_\_

---

---

---

---

- 7) Por que você gostaria de fazer parte deste projeto?

---

---

---

---

## APÊNDICE B – Termo de compromisso



# **UNILASALLE**

## **CENTRO UNIVERSITÁRIO LA SALLE**



### **TERMO DE COMPROMISSO PARA PARTICIPAR DA PESQUISA**

#### Proposta da Pesquisa:

Reproduzir o significado da divisão na Educação de Jovens e Adultos tendo como recurso o ábaco.

Esta proposta tem por objetivo iniciar o estudo das quatro operações matemáticas a partir da divisão. Ela será desenvolvida em cinco encontros:

1. Levantamento das formas de registro criadas pelos educandos e a utilização dos dedos para estabelecimento da base decimal da forma comum de registro;
2. Representação individual utilizando o sistema comum e a introdução dos símbolos numéricos;
3. Reprodução do significado da divisão;
4. Reprodução do significado da divisão;
5. Mesa redonda e análise crítica dos alunos.

Eu, \_\_\_\_\_, aluno da Escola Estadual de Ensino Fundamental Augusto Severo, estou de acordo em participar da Pesquisa em Educação Matemática, ministrada pela aluna Jóice Dalcin, do curso de Graduação em Matemática Licenciatura, do Centro Universitário La Salle – UNILASALLE.

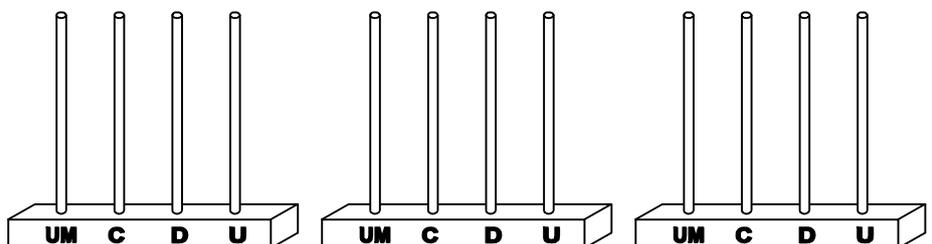
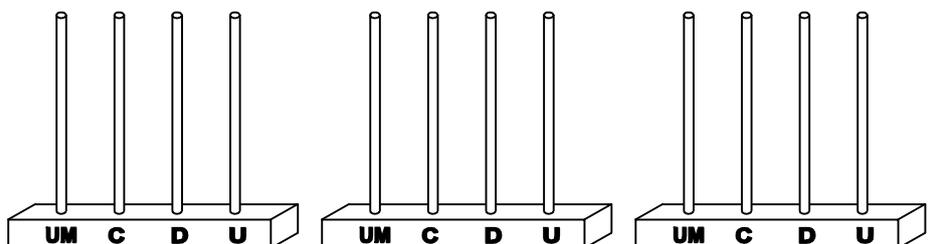
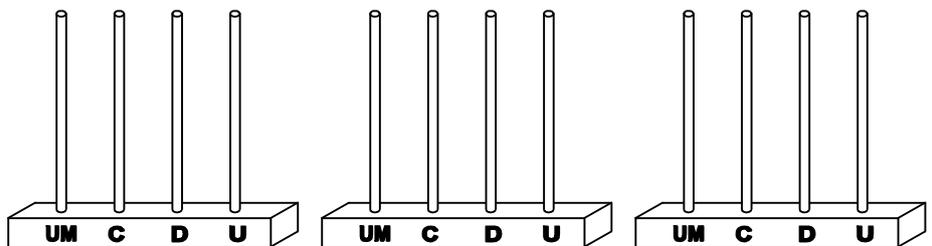
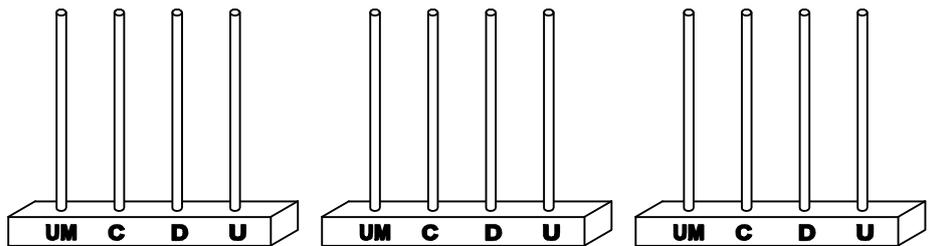
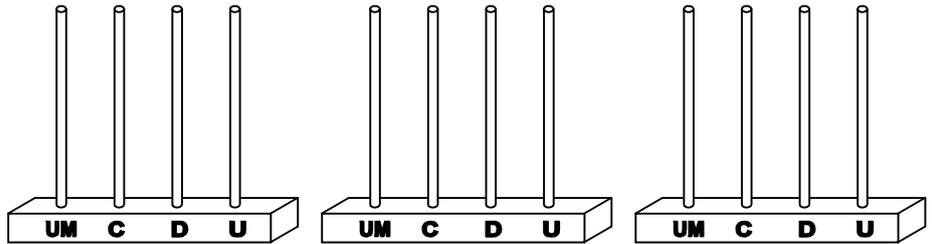
Tenho total conhecimento e concordo em participar das execuções das tarefas nos horários pré-estabelecidos das 20h 45min às 21h 45min nos dias 24 e 31 de março, 7 e 28 de abril e 5 de maio (sempre nas terças-feiras). Também estou ciente que, todos os encontros serão gravados, filmados e fotografados para fins de

avaliação e análise dos dados da pesquisa. Porém os vídeos e os nomes dos participantes não serão divulgados na monografia.

APÊNDICE C – Exercício de divisão do nº 526 em 2 parcelas iguais

<b>PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA</b>	Professora: Jóice Dalcin
Reproduzir o significado da divisão na Educação de Jovens e Adultos tendo como recurso o ábaco.	Nome do Aluno:

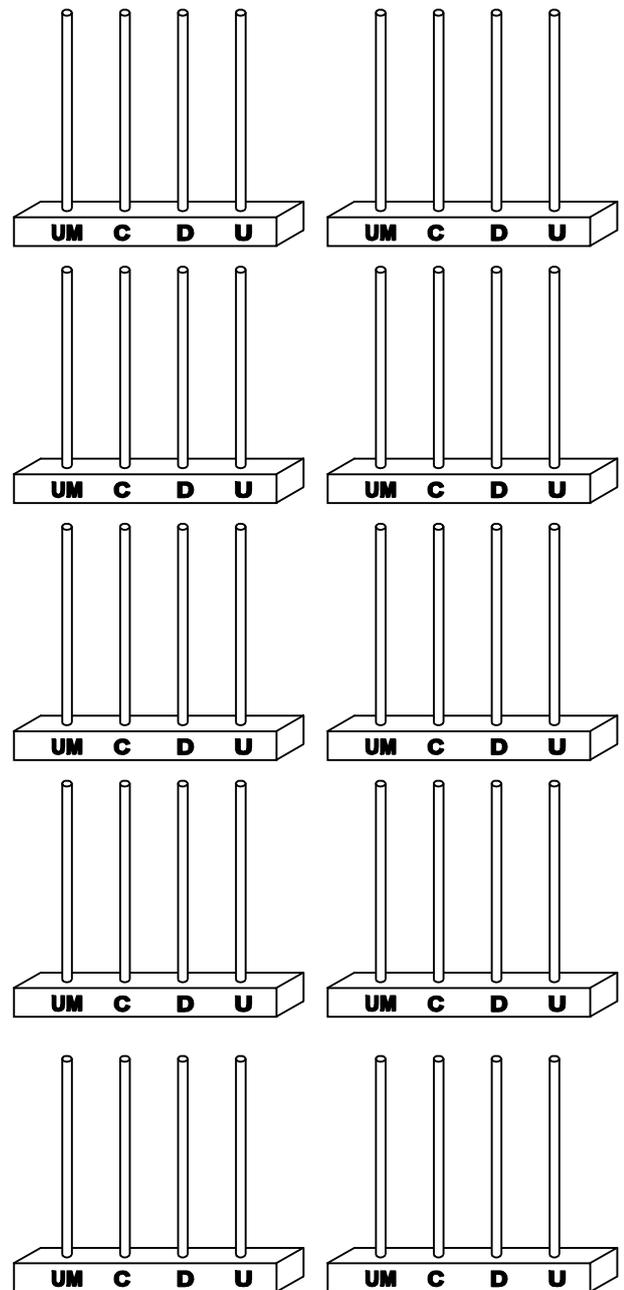
- 1) Exercício de divisão, tendo em vista a divisão como uma subtração de parcelas iguais.



## APÊNDICE D – Exercícios de divisão

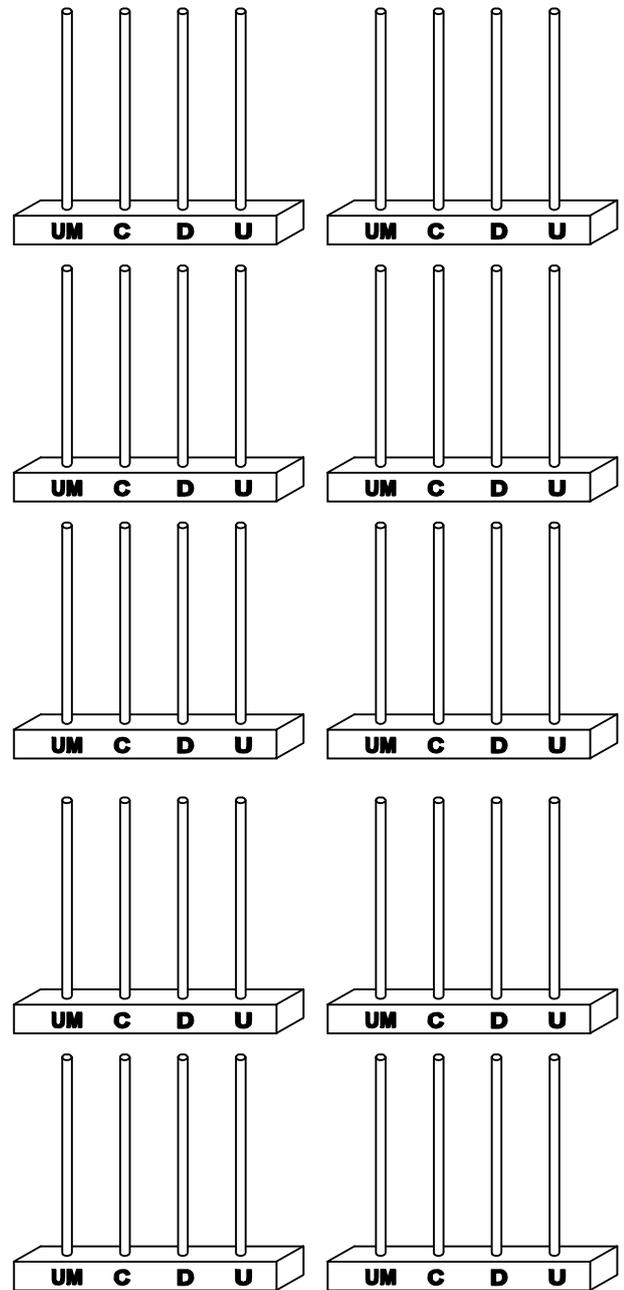
<b>PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA</b>	Professora: Jóice Dalcin
Reproduzir o significado da divisão na Educação de Jovens e Adultos tendo como recurso o ábaco.	Nome do Aluno:

- 2) Exercício de divisão, tendo em vista a divisão como uma subtração de parcelas iguais.
- a. A partir do exemplo anterior divida apenas no ábaco o número 642 em 3 parcelas iguais.



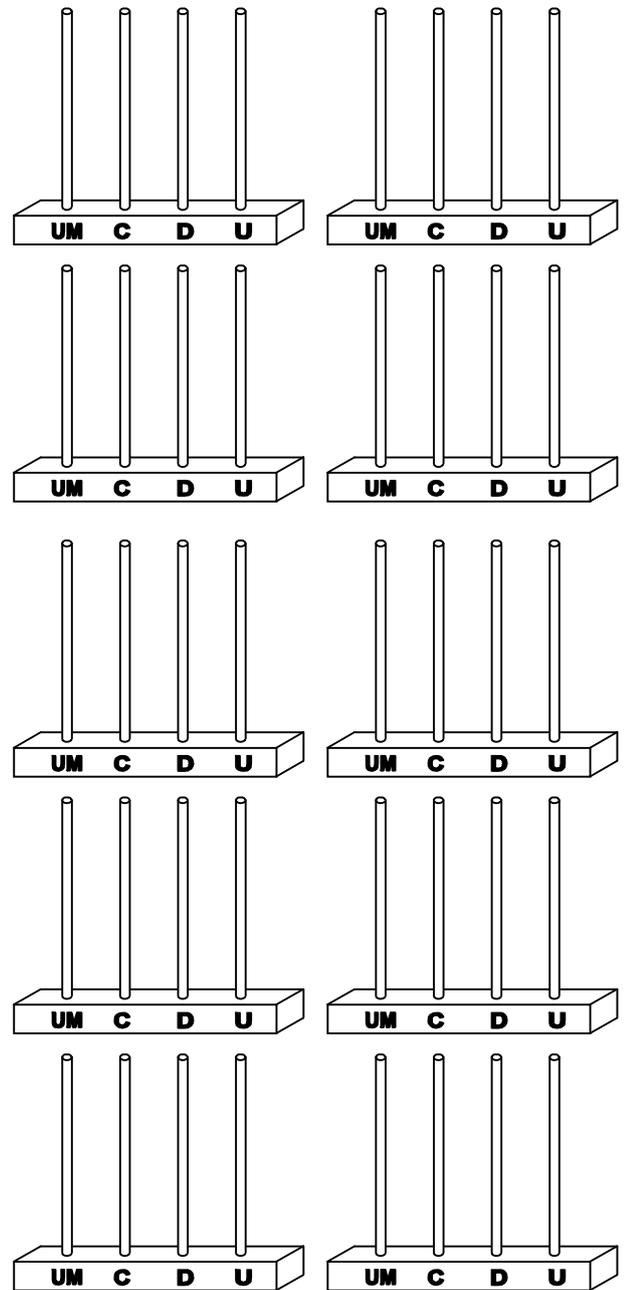
- 3) Agora faça a divisão em duas partes iguais do número 574 apenas com o algoritmo.

4) Divida apenas no ábaco o número 510 em 5 parcelas iguais.



5) Agora faça a divisão do número 1500 em 100 parcelas iguais apenas com o algoritmo.

6) Divida apenas no ábaco o número 1000 em 10 parcelas iguais.



7) Agora faça a divisão do número 732 em 3 parcelas iguais apenas com o algoritmo.